1. Найти радианные меры углов: $60^0, 135^0, 90^0, 45^0, 360^0$.

2. Найти градусные меры углов: $\frac{\pi}{4}$; $\frac{\pi}{6}$; $\frac{2\pi}{3}$; $\frac{3\pi}{2}$; $\frac{4\pi}{3}$; 6π

3. Преобразовать выражения, используя формулы приведения:

3.1) $\dfrac{\sin\alpha + \cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}{2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}$; Отв: 2

3.2) $\dfrac{\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)+\sin 2\alpha}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)-\frac{1}{2}}$; Отв: $2\sin\alpha$

3.3) $\dfrac{\sin 2\alpha+\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)-\frac{1}{2}}$; Отв: $2\cos\alpha$

3.4) $\sin(\pi-\alpha)+\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)tg\alpha$; Отв: $2\sin\alpha$

3.5) $\sin\alpha\cdot tg\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)-\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)$; Отв: $2\cos\alpha$

3.6) $\sin\alpha-\dfrac{\cos^2(\pi-\alpha)}{\cos\left(\alpha-\frac{3\pi}{2}\right)}$; Отв: $\dfrac{1}{\sin\alpha}$

3.7) $\cos\alpha-\dfrac{\cos^2\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)}{\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)}$. Отв: $\dfrac{1}{\cos\alpha}$

4. Найти значения выражений при различных значениях аргумента

4.1) $\sin\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)+\sin\left(\frac{\pi}{6}-\alpha\right)$ при $\alpha=\frac{\pi}{6}$; $\alpha=\frac{\pi}{4}$; $\alpha=\frac{\pi}{3}$; $\alpha=\frac{5\pi}{3}$ $\alpha=-\frac{\pi}{3}$

4.2) $\cos\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)+\cos\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)$ при $\alpha=\frac{\pi}{6}$; $\alpha=\frac{\pi}{4}$; $\alpha=\frac{\pi}{3}$; $\alpha=\frac{5\pi}{3}$ $\alpha=-\frac{\pi}{3}$

4.3) $\dfrac{\sin^2\alpha}{2}-\dfrac{\cos^2\alpha}{2}$ при $\alpha=\frac{\pi}{6}$; $\alpha=\frac{\pi}{4}$; $\alpha=\frac{\pi}{3}$; $\alpha=\frac{5\pi}{3}$ Отв: $-\frac{1}{4}$; 0; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{4}$

4.4) $\dfrac{\cos^3\alpha}{3}+\dfrac{3\cos^2\alpha}{2}+\cos\alpha$ при $\alpha=\frac{\pi}{3}$; $\alpha=-\frac{\pi}{3}$; $\alpha=\frac{5\pi}{4}$ Отв: $\frac{1}{4}$

4.5) $\dfrac{3tg^4x}{4}+\dfrac{tg^2x}{7}-tgx$ при $x=-\frac{\pi}{4}$; $x=\frac{\pi}{4}$; $x=\frac{3\pi}{4}$ Отв: $\frac{1}{4}$

4.6) $tg^2\alpha-ctg^2\alpha$ при $\alpha=\frac{\pi}{3}$; $\alpha=\frac{2\pi}{3}$; $\alpha=\frac{5\pi}{3}$ Отв:

4.7) $tg\alpha\cdot ctg 2\alpha$ при $\alpha=\frac{\pi}{6}$; $\alpha=\frac{\pi}{4}$; $\alpha=\frac{\pi}{3}$; $\alpha=\frac{7\pi}{6}$ Отв:

5. Преобразовать выражения:

5.1) $\sin\alpha+\sin\left(\alpha+\frac{14\pi}{3}\right)+\sin\left(\alpha-\frac{8\pi}{3}\right)$ Отв: 0

5.2) $\cos 2\alpha+\cos\left(\frac{\pi}{3}-2\alpha\right)-\sin\left(2\alpha-\frac{\pi}{6}\right)$ Отв: $2\cos 2\alpha$

5.3) $\cos\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)+\cos\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)$ Отв: $\cos\alpha$

5.4) $\dfrac{\sin^2\frac{\pi}{4}}{\sin^2\frac{\pi}{6}}+\dfrac{\cos^2\frac{\pi}{6}}{\sin^2\frac{\pi}{4}}$ Отв: $\frac{7}{2}$

5.5) $\sin^2\left(\frac{5\pi}{4}+\alpha\right)-\sin^2\left(\frac{5\pi}{4}-\alpha\right)$ Отв: $\sin 2\alpha$

5.6) $\dfrac{1}{1+tg^2\alpha}+\dfrac{1}{1+ctg^2\alpha}$ Отв: 1

5.7) $\dfrac{(\cos\alpha+\sin\alpha)^2}{2\cos^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\right)}$ Отв: 1

6. Используя формулы произведения тригонометрических функций, преобразовать выражения:

6.1) $\sin 5\alpha\cos 3\alpha$;
6.2) $\cos 7\alpha\cos 5\alpha$;
6.3) $\sin 10\alpha\sin 2\alpha$;
6.4) $\sin 10\alpha\sin 2\alpha+\sin 8\alpha\sin 6\alpha-\sin\alpha\sin 2\alpha$;
6.5) $-\cos 5\alpha\cos 4\alpha-\cos 4\alpha\cos 3\alpha+2\cos^2 2\alpha\cos\alpha$;
6.6) $\dfrac{1}{4\cos\frac{\pi}{12}\cos\frac{5\pi}{12}}$;
6.7) $\dfrac{1}{2\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{8}\sin\frac{3\pi}{8}}$

7. Найти значения выражений при различных значениях аргумента, предварительно преобразовав выражения:

7.1) $\dfrac{1-\cos\alpha}{2\sin\frac{\alpha}{2}}$ при $\alpha=\frac{\pi}{2}$; $\alpha=-\frac{\pi}{3}$; $\alpha=\frac{2\pi}{3}$

7.2) $\dfrac{2\cos^2\frac{\alpha}{2}}{1+\cos\alpha}$ при $\alpha=\frac{\pi}{4}$; $\alpha=\frac{2\pi}{3}$; $\alpha=\frac{4\pi}{3}$; $\alpha=-\frac{\pi}{2}$; $\alpha=\frac{\pi}{2}$; $\alpha=\pi$

7.3) $\dfrac{\sin\alpha+\cos\alpha}{tg\alpha+ctg\alpha}-\frac{1}{2}\sin 2\alpha$ при $\alpha=\frac{\pi}{4}$; $\alpha=135^0$; $\alpha=\frac{2\pi}{3}$; $\alpha=\frac{4\pi}{3}$; $\alpha=-\frac{\pi}{2}$; $\alpha=\frac{\pi}{2}$; $\alpha=\pi$

7.4) $\dfrac{2\sin^2\alpha+\cos 2\alpha}{tg\frac{\alpha}{2}\,ctg\frac{\alpha}{2}}$ при $\alpha=0$; $\alpha=\frac{\pi}{3}$; $\alpha=\frac{\pi}{2}$; $\alpha=3\pi$

7.5) $\dfrac{tg 3\alpha\cdot ctg 3\alpha}{2\cos^2\alpha-\cos 2\alpha}$ при $\alpha=0$; $\alpha=\frac{\pi}{6}$; $\alpha=\frac{3\pi}{4}$

8. Выполнить преобразования и найти значение выражения:

8.1) $\dfrac{1}{\sin^4 x}$, если $ctgx = 3$;

8.2) $\dfrac{1}{\cos^6 x}$, если $tgx = 2$;

8.3) $\cos^4 x$, если $\cos 2x = \dfrac{1}{4}$;

8.4) $\sin^2 x \cdot \cos^4 x$, если $\cos 2x = \dfrac{2}{3}$;

8.5) $\dfrac{\sin^4 x}{\cos^6 x}$, если $tgx = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$;

8.6) $\dfrac{\cos^2 x}{\sin^6 x}$, если $ctgx = \sqrt{3}$

9. Используя универсальную подстановку, преобразовать выражения:

9.1) $\dfrac{1}{3+5\cos\alpha}$;

9.2) $\dfrac{1}{2-3\sin\alpha}$;

9.3) $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha-1}$;

9.4) $\dfrac{1}{\sin\alpha+1}$

9.5) $\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha+1}$

10. Используя универсальную подстановку, преобразовать выражения и найти их значения:

10.1) $\dfrac{\sin\alpha-3\cos\alpha}{5\sin\alpha}$, если $tg\dfrac{\alpha}{2} = -2$;

10.2) $\dfrac{\cos\alpha+2\cos\alpha}{\sin\alpha}$, если $tg\dfrac{\alpha}{2} = 3$;

10.3) $\dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}+\dfrac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}$, если $tg\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{1}{2}$;

10.4) $\dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}+\dfrac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}$, если $tg\dfrac{\alpha}{2} = -1$;

Обратные тригонометрические функции

1. Найдите значения выражений

   1.1) $\arcsin\frac{1}{2}+\arccos\frac{1}{2}$;

   1.2) $arctg\sqrt{3}+\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$;

   1.3) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+arctg\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$;

   1.4) $\arcsin(-1)-arctg1$;

   1.5) $\arcsin 1\cdot\arccos 0$;

   1.6) $\dfrac{arctg(-1)+\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}}{\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+arcctg1}$

   1.7) $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)+\arccos\frac{1}{2}+arctg0$

2. Найдите значения выражения

   2.1) $\sin\left(\arcsin\frac{1}{3}\right)$;

   2.2) $\cos\left(\arccos\left(-\frac{1}{7}\right)\right)$;

   2.3) $tg\left(arctg\frac{1}{2}\right)$

   2.4) $ctg\left(arcctg(-2)\right)$;

   2.5) $\arcsin\left(\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)$;

   2.6) $\arcsin\left(\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$;

   2.6) $\arccos\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$;

3. Упростите выражения

   3.1) $\sin(\arccos x)$;

   3.2) $\cos(\arcsin x)$;

   3.3) ctg(arctgx);

   3.4) tg(arcctgx);

4. Найти решения уравнения, принадлежащие указанному интервалу

   4.1) $\cos x=-1 \qquad x\in[0;\pi]$

   4.2) $\cos 2x=\frac{1}{\sqrt{2}} \qquad x\in[\pi;2\pi]$

4.3) $\cos\frac{x}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad x\in[0;2\pi]$

4.4) $\sin 4x=-1$ $\quad x\in\left[\pi;\frac{3\pi}{2}\right]$

4.5) $\sin 3x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad x\in[0;\pi]$

4.6) $\sin^2 x=\frac{3}{4}$ $\quad x\in\left[\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right]$

4.7) $tg\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{6}\right)=0$ $\quad x\in[0;\pi]$

4.8) $tg\left(3x+\frac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}$ $\quad x\in[\pi;2\pi]$

4.9) $tg\,4x=\frac{1}{\sqrt{3}}$ $\quad x\in\left[-\frac{\pi}{12};\frac{\pi}{12}\right]$

4.10) $3tg^2 3x=1$ $\quad x\in\left[-\frac{\pi}{8};\frac{\pi}{8}\right]$