

Домашнее задание.

Тема: Собственные векторы и собственные значения матриц. Квадратичные формы.

✓ Найти собственные числа матрицы: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ: $\lambda_1 = \lambda_2 = 0, \lambda_3 = 4$.

✓ Найти собственные числа и собственные векторы матриц:

1. $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$;

2. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$;

3. $\begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$;

1. $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -2$;

Ответы: $X_1 = \begin{pmatrix} -4c \\ c \end{pmatrix}, c \in R, c \neq 0$; $X_2 = \begin{pmatrix} -t \\ t \end{pmatrix}, t \in R, t \neq 0$.

2. $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 3$;

$X_1 = \begin{pmatrix} -2c \\ 0 \\ c \end{pmatrix}, c \in R, c \neq 0$; $X_2 = \begin{pmatrix} t \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, t \in R, t \neq 0$; $X_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ s \\ 0 \end{pmatrix}, s \in R, s \neq 0$.

3. $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = \lambda_3 = 3$;

$X_1 = \begin{pmatrix} c \\ c \\ c \end{pmatrix}, c \in R, c \neq 0$; $X_2 = \begin{pmatrix} s+t \\ s \\ t \end{pmatrix}, s, t \in R, t^2 + s^2 \neq 0$.

✓ Найти матрицу квадратичной формы:

4. $x_1^2 + 2x_2^2 - x_1x_2$.

5. $x_1^2 + 2x_1x_2$.

6. $x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_2x_4 - x_4^2$.

Ответы: 4. $\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$; 5. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; 6. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Определить, какие квадратичные формы являются положительно определенными, отрицательно определенными, неопределенными:

7. $x_1^2 + 4x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2$.

8. $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 6x_1x_3 + 4x_2x_3$.

Ответы: 7. Положительно определенная; 8. Неопределенная.

9. Найти все значения параметра λ , при которых положительно определена квадратичная форма: $\lambda x_1^2 + x_2^2 + 4x_1x_2$. **Ответ:** $\lambda > 4$.

10. Найти все значения параметра λ , при которых отрицательно определена квадратичная форма: $-2x_1^2 - 2x_2^2 + \lambda x_3^2 + 2x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3$. **Ответ:** $\lambda, -2$.