ФОРМУЛЫ ПО ТЕМЕ «ВЕКТОРЫ»

Операции над векторами	*Определение*	*В координатах*	*Алгебраические свойства*	*Геометрические свойства*
1. Сложение векторов $\vec{a}+\vec{b}$ $V+V\to V$	**Суммой двух векторов** называется вектор, начало которого совпадает с началом первого, а конец с концом второго вектора.	$\vec{a}+\vec{b}=\{x_1+x_2; y_1+y_2; z_1+z_2\}$	1. $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$ 2. $\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})=(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}$ 3. $\exists$ нейтр.эл. $\vec{0}:\vec{a}+\vec{0}=\vec{a}$ 4. $\exists$ противю эл. $-\vec{a}$: $\vec{a}(-\vec{a})=\vec{0}$	1.Правило теугольника. 2.Правило паралл-ма. 3.Сумма более, чем двух векторов: сложение происходит по правилу замкнутой ломаной.
2. Произведение вектора на число. $R\times V\to V$	Произведением не нулевого $\vec{a}$ на некоторое действительное число α называется вектор, уд-ий след. усл-ям: 1)длина $\vec{b}$ $\lvert\vec{b}\rvert=\lvert\alpha\rvert\lvert\vec{a}\rvert$ 2) $\alpha>0\Rightarrow\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{b}$ $\alpha<0\Rightarrow\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{b}$	$\alpha\vec{a}=\{\alpha x;\alpha y;\alpha z\}$	1. $\exists$ нейтр. эл. 1:$1\vec{a}=\vec{a}$ 2.(-1)$\vec{a}=-\vec{a}$ 3.ассоц-ть $\alpha(\beta\vec{a})=(\alpha\beta)\vec{a}$ 4. $\alpha(\vec{a}+\vec{b})=\alpha\vec{a}+\alpha\vec{b}$	
3. Скалярное произведение векторов. $V\times V\to R$	Скалярным произведением двух не нулевых $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется число, равное произведению модулей этих векторов на косинус угла между ними. $\vec{a}\vec{b}=\lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert\cos(\vec{a},\vec{b})$	$\vec{a}\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3$	1. $\vec{a}\vec{b}=\vec{b}\vec{a}$ 2. $\vec{a}(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\vec{b}+\vec{a}\vec{c}$ 3. $(\alpha\vec{a})\vec{b}=\alpha(\vec{a}\vec{b})=\vec{a}(\alpha\vec{b})$	1. $\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\vec{b}=0$ 2. $\vec{a}\vec{a}=\lvert\vec{a}\rvert^2$ 3. $\cos(\vec{a},\vec{b})=\frac{\vec{a}\vec{b}}{\lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert}$ 4. $пр_{\vec{b}}\vec{a}=\frac{\vec{a}\vec{b}}{\lvert\vec{b}\rvert}$

ФОРМУЛЫ ПО ТЕМЕ «ВЕКТОРЫ»

4. Векторное произведение векторов. $V\times V\to V$	Векторным произ-нием двух векторов $\vec a,\vec b$ называется $\vec c$, кото-рый уд. след. усл.: 1) $\lvert\vec c\rvert=\lvert\vec a\rvert\lvert\vec b\rvert\sin(\vec a,\vec b)$ 2) $\vec c\perp\vec a,\vec c\perp\vec b$ 3) $\vec a,\vec b,\vec c$ -правая тройка векторов.	$\vec c=\vec a\times\vec b=$ $=\left\{\begin{vmatrix}a_2&a_3\\b_2&b_3\end{vmatrix};-\begin{vmatrix}a_1&a_3\\b_1&b_3\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_1&a_2\\b_1&b_2\end{vmatrix}\right\}$	1. $\vec a\times\vec b=-\vec b\times\vec a$ 2. $\alpha\vec a\times\vec b=\alpha(\vec a\times\vec b)$ 3. $[(\vec a+\vec b)\times\vec d]=\vec a\times\vec d+\vec b\times\vec d$ $[\vec d\times(\vec a+\vec b)]=\vec d\times\vec a+\vec d\times\vec b$	1) $\vec a\parallel\vec b\Leftrightarrow\vec a\times\vec b=0$ 2) $S_{ABCD}=\lvert\vec a\times\vec b\rvert$
5. Смешанное произведение трех векторов. $V\times V\times V\to R$	Смешанным произведе-нием трех векторов $\vec a,\vec b,\vec c$ называется скаля-рное произ-е $\vec a$ на векторное произ-е векто-ров $\vec b$ и $\vec c$.	$\vec a\vec b\vec c=$ $=\begin{vmatrix}a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\\c_1&c_2&c_3\end{vmatrix}$	1. $\vec a\vec b\vec c=\vec b\vec c\vec a=\vec c\vec a\vec b=$ $=-\vec a\vec c\vec b=-\vec c\vec b\vec a=-\vec b\vec a\vec c$ 2. $\alpha\vec a(\vec b\times\vec c)=\alpha[\vec a(\vec b\times\vec c)]$ас-ть 3. $(\vec a+\vec d)[\vec b\times\vec c]=\vec a\vec b\vec c+\vec d\vec b\vec c$ дистр-ть	1. $V_{\text{парал-да}}=\lvert\vec a\vec b\vec c\rvert$ $V_{\text{тетр-ра}}=\frac{1}{6}\lvert\vec a\vec b\vec c\rvert$ 2. $\vec a,\vec b,\vec c$ – *компланарны* $\Leftrightarrow\ \vec a\vec b\vec c=0$ 3. $\vec a,\vec b,\vec c$ - правая тройка $\Leftrightarrow\vec a\vec b\vec c>0$ $\vec a,\vec b,\vec c$ - левая тройка $\Leftrightarrow\vec a\vec b\vec c<0$

ФОРМУЛЫ ПО ТЕМЕ «ВЕКТОРЫ»

Координаты вектора $\overrightarrow{AB}$, $A(x_н, y_н, z_н)$ и $B(x_к, y_к, z_к)$: $\overrightarrow{AB} = \{x_к - x_н;\ y_к - y_н;\ z_к - z_н\}$.

Координаты середины отрезка A_1A_2, где $A_1(x_1, y_1, z_1)$, $A_2(x_2, y_2, z_2)$:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2},\ y = \frac{y_1 + y_2}{2},\ z = \frac{z_1 + z_2}{2}.$$

Длина вектора: $|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a}^2}$; если $\vec{a} = \{x, y, z\}$, то $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

$$\vec{a} = \{x_a, y_a, z_a\},\ \vec{b} = \{x_b, y_b, z_b\},\ \vec{c} = \{x_c, y_c, z_c\}.$$

Условие коллинеарности векторов в координатах: $\frac{x_a}{x_b} = \frac{y_a}{y_b} = \frac{z_a}{z_b}$.

13. Если вектор $\vec{a}$ образует с осями координат углы α, β, γ, то $\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$ называются <u>направляющими косинусами</u>, $\cos\alpha = \frac{x_a}{|\vec{a}|}$, $\cos\beta = \frac{y_a}{|\vec{a}|}$, $\cos\gamma = \frac{z_a}{|\vec{a}|}$. Верно равенство $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$. <u>Орт вектора</u> $\vec{a}$: $\vec{a}^0 = \{\cos\alpha;\ \cos\beta;\ \cos\gamma\}$.