

Самостоятельная работа С1 – "Ряды"

В решении задачи обязательно указывайте название теоремы, которую применяете

Задача 1. Найдите сумму ряда

1	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n - 3 \cdot 5^n}{8^n}$	8	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n + 3 \cdot (-4)^n}{8^n}$	15	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-4)^n + 6 \cdot 2^n}{8^n}$	22	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n + 5 \cdot (-2)^n}{8^n}$
2	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n - 4 \cdot 2^n}{6^n}$	9	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-3)^n - 6 \cdot 2^n}{6^n}$	16	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 6 \cdot (-3)^n}{6^n}$	23	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - 3 \cdot (-3)^n}{6^n}$
3	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5 + 6 \cdot (-3)^n}{6^n}$	10	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5 + 4 \cdot (-2)^n}{6^n}$	17	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4 + 9 \cdot (-3)^n}{6^n}$	24	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5 - 8 \cdot (-2)^n}{6^n}$
4	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 + 7 \cdot (-3)^n}{4^n}$	11	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6 - 3 \cdot (-2)^n}{4^n}$	18	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 - 6 \cdot (-2)^n}{4^n}$	25	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 6 \cdot (-2)^n}{4^n}$
5	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n + 5 \cdot (-4)^n}{6^n}$	12	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 7 \cdot (-3)^n}{4^n}$	19	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n - 5 \cdot (-4)^n}{6^n}$	26	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5 \cdot 3^n - 3 \cdot (-2)^n}{8^n}$
6	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 14 \cdot (-2)^n}{5^n}$	13	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n + 8 \cdot (-3)^n}{5^n}$	20	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6 \cdot 2^n + 4 \cdot (-3)^n}{5^n}$	27	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 - 3 \cdot 2^n}{5^n}$
7	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n + 7 \cdot (-4)^n}{10^n}$	14	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5^n + 6 \cdot (-2)^n}{10^n}$	21	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6 \cdot 4^n + 3 \cdot (-5)^n}{10^n}$	28	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-5)^n + 4 \cdot 8^n}{10^n}$

Задача 2. Исследуйте ряд на сходимость

1	$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n+2}{4n^2+1}}$	8	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(2n+1)!}$	15	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2+3n}{2n+1}\right)^n$	22	$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{4n-1}{n^4+1}}$
2	$\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{2n}{n^2+4}$	9	$\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{10}{n^2+1}$	16	$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+2}$	23	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{2n}}{(n+2)!}$
3	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-3}{n+1}\right)^{n^2}$	10	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+n)!}{3^{2n}}$	17	$\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{5n}{n^3+4}$	24	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n+1}\right)^n$
4	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{\sqrt{4n^4+1}}$	11	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2-2n}{3^n}$	18	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-2}{4n-1}\right)^{n^2}$	25	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{\sqrt{n+n^6}}$
5	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2}}{10n^3+1}$	12	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{4n-1}}{3n^2+1}$	19	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{n+1}\right)^{n^2}$	26	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+3}{n+1}\right)^{n^2}$
6	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+n)!}{n \cdot 4^n}$	13	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{n \cdot 3^n}$	20	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+n^2}}{2n^2+5}$	27	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{4+n}}{3n-2}$
7	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{\sqrt{n(n+2)}}$	14	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+2}{\sqrt{n(n^2+1)}}$	21	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot 2^n}{(n+1)!}$	28	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{2n+3}\right)^{n^2}$

Задача 3. Найдите область сходимости функционального ряда

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-3)^n}{(n+1) \cdot 5^n}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} (x-2)^n}{2n}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty} (x+5)^n \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{3^n}$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{(n+4) \cdot 4^n}$.
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-7)^n}{n^2 \cdot 2^n}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x+5)^n}{\sqrt{n+1}}$.
7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-1)^n}{n}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n \cdot n}{(n+1)!}$.
9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$.
10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n (x+1)^n}{n}$.
11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)(x+3)^n}{3^{n+1}}$.
12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(3n+1) \cdot 2^n}$.
13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)(x+3)^n}{(n+1)!}$.
14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-3)^n}{(n+1) \cdot 5^n}$.
15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5 (x+5)^n}{(n+1)!}$.
16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^3 (x+3)^n}{2n+3}$.
17. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n \cdot 5^n}$.
18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{4^n (2n-1)}$.
19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^{n-1}}$.
20. $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \operatorname{tg} \frac{1}{n}$.
21. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-2)^n}{n \cdot 4^n}$.
22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{3n+8}$.
23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-7)^n}{(2n^2+5) \cdot 4^n}$.
24. $\sum_{n=1}^{\infty} (x-2)^n \cdot \sin \frac{1}{2^n}$.
25. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n \cdot n}{n^2+2n+3}$.

Задача 4. Найдите n первых отличных от нуля членов разложения решения задачи Коши в степенной ряд

1. $y' = x^3 + y^3, y(0) = 1, n = 3$.
2. $y'' - x^2 y' - y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 0, n = 3$.
3. $y'' = e^x + y^2, y(0) = 0, y'(0) = 1, n = 4$.
4. $y'' = xy - 5y', y(0) = 2, y'(0) = 1, n = 5$.
5. $y' = \cos 4x - x^2 - y^2, y(0) = 0, n = 2$.
6. $y' = 2x^2 - y^3 - 2xy, y(0) = 1, n = 4$.
7. $y'' - xy + \sin x = 0, y(0) = y'(0) = 1, n = 3$.
8. $y' = y^2 + \cos x, y(0) = 1, n = 4$.
9. $y'' = (3x-2)y' - 1, y(0) = 0, y'(0) = 1, n = 4$.
10. $y'' = x^2 y + e^x, y(0) = y'(0) = 1, n = 4$.
11. $y' = \cos x - y^2 + x, y(0) = 1, n = 3$.
12. $y'' + y \sin x - y' = 0, y(0) = 1, y'(0) = 0, n = 3$.
13. $y' = y^2 + \sin^2 x, y(0) = 2, n = 4$.

14. $y' = \sin 4x + \cos 2y$, $y(0) = 0$, $n = 3$.
15. $y' = \cos y + xe^y$, $y(0) = 0$, $n = 2$.
16. $y' = xy + e^y - 5x$, $y(0) = 0$, $n = 3$.
17. $y'' = xy' - \sin y + e^x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$, $n = 3$.
18. $y' = \cos x + x^2 + y^2$, $y(0) = 1$, $n = 4$.
19. $y'' = xy' - y + \sin x$, $y(0) = y'(0) = 0$, $n = 2$.
20. $y' = y^3 - \sin x$, $y(0) = 1$, $n = 4$.
21. $y' = xy^2 - \cos x$, $y(0) = 1$, $n = 3$.
22. $y' = ye^{-x} + \ln y$, $y(0) = 1$, $n = 3$.
23. $y'' = (1 + x^2)y + e^x$, $y(0) = -2$, $y'(0) = 2$, $n = 4$.
24. $y' = \cos x + e^y + xy$, $y(0) = 0$, $n = 3$.
25. $y' = \ln(x+1) + xe^y$, $y(0) = 0$, $n = 2$.

Задача 5. Вычислите интеграл с точностью до 0,001, взяв необходимое число слагаемых

- | | | |
|---|--|--|
| 1. $\int_0^{0,1} e^{-6x^2} dx.$ | 10. $\int_0^{0,4} \frac{\ln\left(1 + \frac{x}{2}\right)}{x} dx.$ | 19. $\int_0^{0,5} \sin(4x^2) dx.$ |
| 2. $\int_0^1 \cos x^2 dx.$ | 11. $\int_0^1 \frac{1 - \cos x}{x} dx.$ | 20. $\int_0^{0,4} \cos\left(\frac{5x}{2}\right)^2 dx.$ |
| 3. $\int_0^{0,1} \frac{1 - e^{-2x}}{x} dx.$ | 12. $\int_0^{0,3} e^{-2x^2} dx.$ | 21. $\int_0^{0,25} \frac{\sqrt{x} dx}{e^x}.$ |
| 4. $\int_0^1 \frac{\ln\left(1 + \frac{x}{5}\right)}{x} dx.$ | 13. $\int_0^{0,4} \sin\left(\frac{5x}{2}\right)^2 dx.$ | 22. $\int_0^{0,5} \frac{\arctg x}{x} dx.$ |
| 5. $\int_0^1 \frac{x - \sin x}{x^3} dx.$ | 14. $\int_0^{0,2} \cos(25x^2) dx.$ | 23. $\int_0^{0,5} e^{-\frac{3x^2}{25}} dx.$ |
| 6. $\int_0^{0,2} e^{-3x^2} dx.$ | 15. $\int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx.$ | 24. $\int_0^1 \sin(x^2) dx.$ |
| 7. $\int_0^{0,2} \sin(25x^2) dx.$ | 16. $\int_0^{0,4} \frac{1 - e^{-\frac{x}{2}}}{x} dx.$ | 25. $\int_0^{0,1} \cos(100x^2) dx.$ |
| 8. $\int_0^{0,5} \cos(4x^2) dx.$ | 17. $\int_0^{0,1} \frac{\ln(1 + 2x)}{x} dx.$ | |
| 9. $\int_0^1 x^2 e^{-x^2} dx.$ | 18. $\int_0^{0,4} e^{-\frac{3x^2}{4}} dx.$ | |