СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

1. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X, зная закон ее распределения:

X	2	3	5
P	0,3	0,1	0,6

2. Из партии, содержащей 10 деталей, среди которых две бракованных, взяты наудачу три детали. Составить ряд распределения случайной величины X – числа стандартных деталей среди отобранных. Найти ее числовые характеристики.

3. В урне 7 шаров, из которых 4 белые, а остальные черные. Из этой урны наудачу извлекаются 3 шара; х- число извлеченных белых шаров. Найдите закон распределения дискретной случайной величины х и вероятность события х≥ 2.

4. В коробке 7 карандашей, из которых 4 красные. Из этой коробки наудачу извлекаются 3 карандаша. Найти закон распределения случайной величины X, равной числу красных карандашей в выборке.

5. Имеются 5 ключей, из которых только один подходит к замку. Найдите закон распределения случайной величины X, равной числу проб при открывании замка, если испробованный ключ в последующих опробованиях не участвует.

6.В партии из 6 деталей имеется 4 стандартных. Наудачу отобраны 3 детали. Составить закон распределения дискретной случайной величины X числа стандартных деталей среди отобранных.

7. (дальше) Два стрелка делают по одному выстрелу в одну мишень. Вероятность попадания для первого стрелка при одном выстреле 0,5, для второго 0,4. Дискретная случайная величина X число попаданий в мишень. Найти закон распределения X.

8. В группе из 16 человек 12 человек поддерживают некоторую правительственную программу. Из этой группы наугад выбирают троих. X – число людей в выборке, поддерживающих программу. Составьте закон распределения случайной величины X, вычислите ее среднее квадратическое отклонение.

9. В экзаменационном билете три задачи. Вероятность правильного решения первой задачи равна 0,9, второй – 0,8 и третьей – 0,7. Составьте закон распределения и постройте график функции распределения случайной величины X – число правильно решенных задач.

10. Из 10 телевизоров на выставке 4 оказались фирмы «Сони». Наудачу для осмотра выбрано три телевизора. Составьте закон распределения и вычислите математическое ожидание случайной величины X – число телевизоров фирмы «Сони» среди отобранных.

11. С вероятностью попадания при одном выстреле 0,7 охотник стреляет по дичи до первого попадания, но успевает сделать не более 4 выстрелов. ДСВ X – число промахов. а) Найдите закон распределения X; б) постройте многоугольник распределения; в) Найдите функцию распределения дискретной случайной величины X и, используя ее, найдите вероятности событий: $x<2$; $x\le 3$; $1<x\le 3$; г) найдите вероятности событий: 1) менее 2 промахов; 2) не более 3 промахов; 3) число промахов больше одного, но не более 3; 4) Постройте график функции распределения.

12. Два стрелка делают по одному выстрелу в одну мишень. Вероятность попадания для первого стрелка при одном выстреле 0,5, для второго 0,4. Дискретная случайная величина X – число попаданий в мишень. а) Найдите закон распределения X; б) постройте многоугольник распределения; в) найдите вероятность события $X>1$; г) найдите функцию распределения дискретной случайной величины X и постройте ее график.

13. В коробке 7 карандашей, из которых 4 красные. Из этой коробки наудачу извлекаются 3 карандаша. а) Найдите закон распределения случайной величины *X*, равной числу красных карандашей в выборке; б) постройте многоугольник распределения; в) найдите вероятность события $0 < X \le 2$; г) найдите функцию распределения дискретной случайной величины X, постройте ее график и найдите вероятность события $X > 0$.

14. Из 25 контрольных работ, среди которых 5 оценены на «отлично», наугад извлекают 3 работы. Найдите: а) закон распределения случайной величины *X*, равной числу оцененных на «отлично» работ среди извлеченных; б) чему равна вероятность события $X > 0$; в) функцию распределения дискретной случайной величины X и постройте ее график. Используя функцию распределения, найдите вероятность события $1 \le X \le 2$.

15. Найдите функцию распределения дискретной случайной величины *X*, равной числу выпавших очков при одном бросании игральной кости. Используя функцию распределения, найдите вероятность того, что выпадет не менее 5 очков.

16. Производятся последовательные испытания 5 приборов на надежность. Каждый следующий прибор испытывается только в том случае, если предыдущий оказался надежным. Составьте таблицу распределения и найдите функцию распределения случайного числа испытаний приборов, если вероятность выдержать испытания для каждого прибора равна 0,9.

17. Задана функция распределения дискретной случайной величины *X:*

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 2, \\ 0{,}3, & 2 < x \le 3, \\ 0{,}5, & 3 < x \le 4, \\ 1, & x > 4. \end{cases}$$

а) найдите вероятность события $1 \le X \le 3$; б) Составьте таблицу распределения случайной величины *X*.

18. Задана функция распределения дискретной случайной величины *X:*

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 1, \\ 0{,}25, & 1 < x \le 3, \\ 0{,}4, & 3 < x \le 4, \\ 0{,}8, & 4 < x \le 5, \\ 1, & x > 4. \end{cases}$$

а) найдите вероятность событий $X = 2$, $2 < X \le 4$; б) Составьте таблицу распределения случайной величины *X*.

Биномиальное распределение

19. Производится четыре независимых выстрела по мишени. Составить ряд распределения случайной величины X – числа попаданий в мишень, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,6. Найти ее числовые характеристики.

20. По мишени производится 4 независимых выстрела с вероятностью попадания при каждом выстреле p=0,8. Требуется: 1) найти закон распределения дискретной

случайной величины x, равной числу попаданий в мишень; 2) найти вероятности событий: $1 \le x \le 3$; $x > 3$; 3) построить многоугольник распределения.
21. Два стрелка делают по одному выстрелу в одну мишень. Вероятность попадания для первого стрелка при одном выстреле 0,5, для второго 0,4. Дискретная случайная величина X число попаданий в мишень. Найти закон распределения X.
22. В экзаменационном билете три задачи. Вероятность правильного решения первой задачи равна 0,9, второй – 0,8 и третьей – 0,7. Составьте закон распределения и постройте график функции распределения случайной величины X – число правильно решенных задач.
23. Предприниматель может получить кредит в двух банках: в первом с вероятностью 0,6 в сумме 15 тыс. руб., во втором – с вероятностью 0,3 в сумме 35 тыс. руб. Составить ряд распределения случайной величины X – общая сумма полученного кредита (в тыс. руб.).
24. После ответа студента на вопросы экзаменационного билета экзаменатор задает студенту дополнительные вопросы. Преподаватель прекращает задавать дополнительные вопросы, как только студент обнаруживает незнание заданного вопроса. Вероятность того, что студент ответит на любой дополнительный вопрос, равна 0,9. Составить закон распределения случайной дискретной величины X числа дополнительных вопросов, которые задаст преподаватель студенту.
25. Вероятность того, что стрелок попадет в мишень при одном выстреле, равна 0,8. Стрелку выдаются патроны до тех пор, пока он не промахнется. Составить закон распределения случайной дискретной величины X числа патронов, выданных стрелку.
26. Из ящика с 10 одинаковыми карточками, на которых по одной написаны цифры 0,1,…,9, два раза с возвращением вынимают по одной карточке. Найти закон распределения случайной величины X, равной сумме цифр на вынутых карточках.
27. Брошено две игральных кости. Найти закон распределения случайной величины X, равной сумме выпавших очков. Найти вероятность события $X \le 4$;M(X).
28. В урне 5 белых и 25 черных шаров. Вынули один шар. Случайная величина X число вынутых белах шаров. Построить функцию распределения F(x).
29. В урне 6 белых и 4 черных шара. Из нее пять раз подряд извлекают шар, причем каждый раз вынутый шар возвращают в урну и шары перемешивают. Приняв за случайную величину X число извлеченных белых шаров, составить закон распределения этой случайной величины, определить ее математическое ожидание и дисперсию.
30. Найдите математическое ожидание случайной величины ***z***, если заданы математические ожидания случайных величин ***x*** и ***y***:
а) $z = 2x - 3y,\ M(x) = 3,\ M(y) = 1;$
б) $z = x + 3y + 1,\ M(x) = 2,\ M(y) = 0.$
31. Случайные величины x и y независимы, причем $D(x) = 1,\ D(y) = 2.$ Найти $D(z)$, если*: а) z=3x+y; б) z=2x+y-2; в) z=ax+by+c*, где *a,b,c* – постоянные величины.
32. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для данного стрелка равна p=0,8, x – число попаданий в мишень в 100 независимых выстрелах. Найти *M(x)*, $D(x),\ \sigma(x)$.
33. Два стрелка независимо друг от друга сделали по одному выстрелу в одну и ту же мишень. Вероятность попадания для первого стрелка равна p_1, а для второго p_2. Найти *M(x)*, $D(x),\ \sigma(x)$, если x – общее число попаданий в мишень.

34.Вероятность изготовления стандартной детали равна *p=0,98*. Для контроля наудачу взято 100 деталей. Пусть *x* – число нестандартных деталей в выборке. Найдите числовые характеристики случайной величины *x*.

35. Найти дисперсию дискретной случайной величины X – числа появлений события A в двух независимых испытаниях, если вероятности события в этих испытаниях одинаковы и известно, что *M(X)*=1,2.

36. Две случайные величины X и $У$ независимо друг от друга принимают значения 0 и 1. Их ряды распределения заданы:

X	**0**	**1**
P	0,1	0,9

У	**0**	**1**
P	0,4	0,6

Построить ряды распределения: 1) их суммы $Z = X + Y$; 2) их разности $U = X - Y$; 3) их произведения $V = X \cdot Y$.

Непрерывные случайные величины

37. Функция распределения случайной величины X имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ \frac{3}{4}x^2-\frac{1}{4}x^3, & 0<x\le 2,\\ 1, & x>2.\end{cases}$$

Найти: 1) вероятность попадания случайной величины в интервал (0,5;1,5); 2) плотность распределения случайной величины, 3) математическое ожидание случайной величины.

38. Найдите a и $M(X)$ для случайной величины X, заданной плотностью

$$f(x)=\begin{cases}a\left(x^2+2x\right) \text{ при } 0\le x\le 1,\\ 0 \text{ при } x<0 \text{ и } x>1.\end{cases}$$

39. Найдите a и $M(X)$ для случайной величины X, заданной плотностью

$$f(x)=\begin{cases}ax^2+0,5 \text{ при } 1\le x\le 2,\\ 0 \text{ при } x<1 \text{ и } x>2.\end{cases}$$

40. Случайная величина X задана функцией распределения вероятностей F(x). Найти: а) вероятность попадания случайной величины X в интервал (1/3;2/3); б) плотность распределения вероятностей случайной величины X; в) математическое ожидание случайной величины X.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le -1\\ \frac{1}{9}(x+1)^2, & -1<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$$

41. Случайная величина X задана функцией распределения вероятностей F(x). Найти: а) вероятность попадания случайной величины X в интервал (1/3;2/3); б) плотность распределения вероятностей случайной величины X; в) математическое ожидание случайной величины X.

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ \frac{1}{6}x^2+\frac{5}{6}x, & 0<x\le 1\\ 1, & x>1\end{cases}$$

42. Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<1\\ (x-1)/2, & 1\le x\le 3\\ 1, & x>3\end{cases}$$

Вычислить вероятности попадания случайной величины X в интервалы (1,5;2,5) и (2,5;3,5).

43. Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<2\\ (x-2)^2, & 2\le x\le 3\\ 1, & x>3\end{cases}$$

Вычислить вероятности попадания случайной величины X в интервалы (1;2,5) и (2,5;3,5). Найти плотность распределения случайной величины X.

Нормальный закон распределения.

44. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение нормально распределенной случайной величины X соответственно равны 10 и 2. Найти вероятность того, что в результате испытания X примет значение, заключенное в интервале $(12, 14)$.

45. Производится измерение диаметра вала без систематических (одного знака) ошибок. Случайные ошибки измерения X подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением $\sigma = 10$ мм. Найти вероятность того, что измерение будет произведено с ошибкой, не превосходящей по абсолютной величине 15 мм.

46. Случайная величина X распределена по нормальному закону с математическим ожиданием 40 и дисперсией 200. Вычислить вероятность попадания случайной величины в интервал (30;80).

47. Считается, что отклонение длины изготавливаемых деталей от стандарта является случайной величиной, распределенной по нормальному закону. Если стандартная длина равна *a=40 см* и среднее квадратичное равно *σ=0,4 см*, то какую точность длины изделия можно гарантировать с вероятностью 0,8?

48. Диаметр детали, изготавливаемой на станке, случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием *a=25 см* и средним квадратичным отклонением *σ=0,4*см. Найти вероятность того, что две взятые наудачу детали имеют отклонение от математического ожидания по абсолютной величине не более 0,16 см.

49. Пусть X случайная величина, подчиненная нормальному закону с математическим ожиданием *a=1,6* и средним квадратичным отклонением *σ=1*. Какова вероятность того, что при четырех испытаниях эта случайная величина попадет хотя бы один раз в интервал (1;2)?

50. Диаметр выпускаемой детали случайная величина, подчиненная нормальному закону с математическим ожиданием *a*=5 *см* и средним квадратичным отклонением *σ=0,9* см. Установить: 1) вероятность того, что наудачу взятая деталь имеет диаметр в пределах от 4 до 7 см; 2) вероятность того, что размер диаметра наудачу взятой детали отличается от математического ожидания не более чем на 2 см; 3) в каких границах следует ожидать размер диаметра детали, чтобы вероятность не выйти за эти границы была равна 0,95.

51. Случайная величина X подчинена нормальному закону с математическим ожиданием 2,2 и средним квадратичным отклонением 0,5. Какова вероятность того, что при первом испытании случайная величина окажется на отрезке $[3; 4]$, а при втором испытании на отрезке $[1; 2]$?

52. Случайная величина X подчинена нормальному закону с математическим ожиданием *a=10*. Каково должно быть среднее квадратичное отклонение σ этой случайной величины, чтобы с вероятностью 0,8 отклонение от математического ожидания по абсолютной величине не превышало 0,2?

53. Автомат штампует детали. Контролируется длина детали X, которая распределена нормально с математическим ожиданием, равным 50мм. Фактически длина изготовленных деталей не менее 32 и не более 68 мм. Найти вероятность того, что длина наудачу взятой детали: а) больше 55мм; б) меньше 40мм.

54. Случайные ошибки измерения подчинены нормальному закону со среднем квадратическим отклонением $\sigma=20мм$ и математическим ожиданием $a=0$. Найти вероятность того, что из трех независимых измерений ошибка хотя бы одного не превзойдет по абсолютной величине 4мм.

Равномерное распределение.

55. Все значения равномерно распределенной случайной величины лежат на [2,8]. Найти вероятность попадания случайной величины в промежуток (3,5).

56. Поезда данного маршрута городского трамвая идут с интервалом 5 мин. Пассажир подходит к трамвайной остановке в некоторый момент времени. Какова вероятность появления пассажира не ранее чем через минуту после ухода предыдущего поезда, но не позднее чем за две минуты до отхода следующего поезда?

57. На шоссе установлен автоматический светофор, в котором 1 минуту для транспорта горит зеленый свет и 45 секунд красный, затем опять 1 минуту горит зеленый свет и 45 секунд красный и т. д. Автомашина проезжает по шоссе в случайный момент времени, не связанный с работой светофора. Найти вероятность того, что машина, проедет мимо светофора не останавливаясь.

58.Поезда метрополитена идут регулярно с интервалом 2 мин. Пассажир выходит на платформу в случайный момент времени. Какова вероятность того, что ждать пассажиру придется не больше полминуты. Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины X времени ожидания поезда.

59.Минутная стрелка электрических часов перемещается скачком в конце каждой минуты. Найти вероятность того, что в данное мгновение часы покажут время, которое отличается от истинного не более чем на 20 с.