

Интегралы

Найдите интегралы.

1. $\int x^5 dx$.
2. $\int \sqrt[5]{x^2} dx$.
3. $\int \left(2 \sin x + \frac{5}{x^3} \right) dx$.
4. $\int \frac{x^2 + x + 1}{x^3} dx$.
5. $\int \frac{\sqrt{x^3} + \sqrt[3]{x^5}}{x^4} dx$.
6. $\int \frac{x^2 + x}{\sqrt[3]{x^2}} dx$.
7. $\int \frac{(1 + \sqrt{x})^3}{\sqrt[3]{x}} dx$.
8. $\int \frac{x^2 + 3\sqrt{x^3} + 5\sqrt[3]{x^5}}{x^4} dx$.
9. $\int \cos^2 \frac{x}{2} dx$.
10. $\int \frac{\cos^3 x + 5}{\cos^2 x} dx$.
11. $\int \frac{dx}{2x^2 + 8}$.
12. $\int \frac{dx}{4x^2 - 9}$.
13. $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2 - 1}}$.
14. $\int \frac{dx}{\sqrt{3x^2 + 5}}$.
15. $\int \frac{dx}{\sqrt{9 - 4x^2}}$.
16. $\int \frac{2 + x^2}{1 + x^2} dx$.
17. $\int \operatorname{tg}^2 x dx$.
18. $\int \frac{\cos 2x dx}{\cos^2 x \sin^2 x}$.
19. $\int \frac{3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^x}{2^x} dx$.
20. $\int \frac{dx}{x + 1}$.
21. $\int \frac{x - 2}{x + 4} dx$.
22. $\int \frac{3 dx}{(2x + 3)^2}$.
23. $\int \frac{dx}{\sqrt[5]{3x + 5}}$.
24. $\int \cos 5x dx$.
25. $\int \sin \frac{5x}{3} dx$.
26. $\int 5^{4x-1} dx$.
27. $\int (e^{4x} - 2e^{-3x})^2 dx$.
28. $\int x(1 + x^2)^{12} dx$.
29. $\int \frac{x}{x^4 + 1} dx$.
30. $\int e^{3x^2} x dx$.
31. $\int \frac{x^2 dx}{1 + 3x^3}$.
32. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^6 + 7}}$.
33. $\int \frac{x^2}{e^{x^3-2}} dx$.
34. $\int x^3 \sqrt{x^4 - 5} dx$.
35. $\int \frac{x^3 dx}{x^8 - 3}$.
36. $\int \frac{x^4 dx}{x^{10} - 7}$.
37. $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$.
38. $\int \frac{e^x}{x^2} dx$.
39. $\int \cos^4 x \sin x dx$.
40. $\int \frac{\sin x dx}{9 + \cos^2 x}$.
41. $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{\sin^2 x - 7}}$.
42. $\int \frac{\sin 2x dx}{\cos^3 2x}$.
43. $\int \frac{\sqrt[5]{3 \operatorname{tg} x - 5}}{\cos^2 x} dx$.
44. $\int \frac{2 dx}{x \ln x}$.
45. $\int \frac{dx}{x(\ln^2 x - 4)}$.
46. $\int \frac{dx}{x \sin^2(\ln x)}$.
47. $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{1 + e^{2x}}}$.
48. $\int \frac{2^x dx}{9 + 4^x}$.
49. $\int \frac{e^{3x} dx}{5e^{3x} + 1}$.
50. $\int \frac{\sqrt{\operatorname{arctg} x}}{1 + x^2} dx$.
51. $\int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{arctg} x + x^2 + 2}}{x^2 + 1} dx$.
52. $\int \frac{1 - \cos x}{(x - \sin x)^2} dx$.
53. $\int \frac{x^3 + x}{x^4 + 1} dx$.

54. $\int 6^x dx$.
55. $\int (2^x + 3^x)^2 dx$.
56. $\int \frac{x}{2x+1} dx$.
57. $\int \frac{2x-1}{x-2} dx$.
58. $\int \frac{1-x}{4+2x} dx$.
59. $\int \sqrt[4]{(2-3x)^3} dx$.
60. $\int \frac{3xdx}{\sqrt{1+x^2}}$.
61. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^6-4}}$.
62. $\int \frac{x^6 dx}{x^{14}-4}$.
63. $\int \frac{x+1}{\sqrt{4-x^2}} dx$.
64. $\int \sin \frac{1}{x} \cdot \frac{dx}{x^2}$.
65. $\int \sin^3 x \cos x dx$.
66. $\int \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx$.
67. $\int \frac{dx}{\arcsin x \sqrt{1-x^2}}$.
68. $\int e^x \sin e^x dx$.
69. $\int \frac{3^x dx}{\sqrt{1-9^x}}$.
70. $\int \frac{\ln^4 x}{x} dx$.
71. $\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx$.
72. $\int \frac{e^x dx}{4+e^{2x}}$.
73. $\int \frac{\sqrt[6]{\operatorname{ctg} x}}{\sin^2 x} dx$.
74. $\int \frac{x+\cos x}{x^2+2\sin x} dx$.
75. $\int \frac{e^{2x}-1}{e^x} dx$.
76. $\int \frac{1+x}{\sqrt{1-x^2}} dx$.
77. $\int \frac{x(1-x^2)}{1+x^4} dx$.
78. $\int \frac{x+1}{x^2+2x+1} dx$.
79. $\int \frac{3dx}{\sqrt{x^2-4x+8}}$.
80. $\int \frac{3x-1}{\sqrt{x^2-4x-5}} dx$.
81. $\int \frac{xdx}{\sqrt{3-2x-x^2}}$.
82. $\int \frac{x-2}{\sqrt{x^2+8x+7}} dx$.
83. $\int \frac{4x+8}{x^2+2x+5} dx$.
84. $\int (2x+1)e^x dx$.
85. $\int xe^{-2x} dx$.
86. $\int x3^x dx$.
87. $\int x \cos 4x dx$.
88. $\int (1-2x) \sin x dx$.
89. $\int x^2 \sin x dx$.
90. $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx$.
91. $\int \frac{\ln x dx}{\sqrt[3]{x^2}}$.
92. $\int \frac{\ln^2 x dx}{\sqrt{x^5}}$.
93. $\int \arcsin 2x dx$.
94. $\int x \operatorname{arctg} x dx$.
95. $\int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx$.
96. $\int \ln(x^2+4) dx$.
97. $\int \log_2 x dx$.
98. $\int (1-2x)e^{\frac{x}{2}} dx$.
99. $\int (5x-2)e^{3x} dx$.
100. $\int (x^2+x+1)e^x dx$.
101. $\int 3x \cos 2x dx$.
102. $\int x \ln(x-1) dx$.
103. $\int \arccos x dx$.
104. $\int \ln(4x^2+1) dx$.
105. $\int \cos \ln x dx$.
106. $\int \sin \ln x dx$.
107. $\int e^x \sin x dx$.
108. $\int \sqrt{1+x^2} dx$.

Выделите целую часть из рациональной дроби.

109. $\frac{x^3+1}{x^2-x}$.

110. $\frac{2x^5-8x^3+3}{x^2-2x}$.

Разложите дробь в сумму простейших дробей.

111. $\frac{2x^2+3}{(x-1)(x-2)(x-3)}$.

112. $\frac{x^3+6x^2+13x+8}{x(x+2)^3}$.

$$113. \frac{2x^3 + 7x^2 + 7x - 1}{(x+2)^2(x^2+x+1)}.$$

Найдите интегралы.

$$114. \int \frac{x^3 - 17}{x^2 - 4x + 3} dx.$$

$$115. \int \frac{2x^3 + 5}{x^2 - x - 2} dx.$$

$$116. \int \frac{x^5 + 3x^3 - 1}{x^2 + x} dx.$$

$$117. \int \frac{3x^2 + 2x + 1}{(x+2)(x-2)(x-1)} dx.$$

$$118. \int \frac{3x^3 - 2}{x^3 - x} dx.$$

$$119. \int \frac{4x^4 + 2x^2 - x - 3}{x(x-1)(x+1)} dx.$$

$$120. \int \frac{2x^3 + 6x^2 + 7x + 1}{(x-1)(x+1)^3} dx.$$

$$121. \int \frac{x^3 - 6x^2 + 14x - 6}{(x+1)(x-2)^3} dx.$$

$$122. \int \frac{x^3 + 4x^2 + 3x + 2}{(x+1)^2(x^2+1)} dx.$$

$$123. \int \frac{xdx}{x^3 - 1}.$$

$$124. \int \frac{2x^2 - 3x - 3}{(x-1)(x^2 - 2x + 5)} dx.$$

$$125. \int \sin^3 x dx.$$

$$126. \int \sin^4 5x dx.$$

$$127. \int \sin^6 \frac{x}{8} dx.$$

$$128. \int \sin^3 x \cos^2 x dx.$$

$$129. \int \sin^3 x \cos^5 x dx.$$

$$130. \int \sin^4 4x \cos^2 4x dx.$$

$$131. \int \operatorname{tg}^3 x dx.$$

$$132. \int \operatorname{ctg}^4 x dx.$$

$$133. \int \sin 2x \cos 5x dx.$$

$$134. \int \sin 3x \sin 7x dx.$$

$$135. \int \cos 3x \cos 5x dx.$$

$$136. \int \sin^5 x dx.$$

$$137. \int \cos^4 2x dx.$$

$$138. \int \sin^5 x \cos^2 x dx.$$

$$139. \int \sin^4 x \cos^4 x dx.$$

$$140. \int \operatorname{tg}^6 x dx.$$

$$141. \int \operatorname{ctg}^3 x dx.$$

$$142. \int \frac{dx}{\sin x + \cos x}.$$

$$143. \int \frac{dx}{5 + 4 \sin x}.$$

$$144. \int \frac{dx}{5 - 3 \cos x}.$$

$$145. \int \frac{2 - \sin x}{2 + \cos x} dx.$$

$$146. \int \frac{dx}{1 + \sin^2 x}.$$

$$147. \int \frac{dx}{4 - 3 \cos^2 x + 5 \sin^2 x}.$$

$$148. \int \frac{dx}{4 + \operatorname{tg} x + 4 \operatorname{ctg} x}.$$

$$149. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x-1}}.$$

$$150. \int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{x}}.$$

$$151. \int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[4]{x^3} + 1}.$$

$$152. \int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}}.$$

$$153. \int \frac{dx}{1 + \sqrt[3]{x+2}}.$$

$$154. \int \frac{x^2 + \sqrt{1+x}}{\sqrt[3]{1+x}} dx.$$

$$155. \int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} dx.$$

$$156. \int \frac{x^4}{\sqrt{(1-x^2)^3}} dx.$$

$$157. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2-16}}.$$

$$158. \int \frac{\sqrt{x^2-8}}{x^4} dx.$$

$$159. \int \frac{dx}{x^4 \sqrt{x^2+4}}.$$

$$160. \int \frac{dx}{\sqrt{(x^2+4)^3}}.$$

Вычислите интегралы.

$$161. \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{(2x+7)^2}.$$

$$162. \int_0^1 \frac{xdx}{x^4+1}.$$

$$163. \int_0^{\sin 1} \frac{(\arcsin x)^2}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

$$164. \int_0^{\sqrt{3}} \frac{\operatorname{arctg} x + x}{1+x^2} dx.$$

$$165. \int_1^e \frac{1+\ln x}{x} dx.$$

$$166. \int_0^1 x e^{3x} dx.$$

$$167. \int_{-2}^0 (x-4) \cos 3x dx.$$

$$168. \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{xdx}{\sin^2 x}.$$

$$169. \int_1^2 x \log_2 x dx.$$

$$170. \int_0^{\pi} x^3 \sin x dx.$$

$$171. \int_0^2 \frac{x^3 dx}{x^2+4}.$$

$$172. \int_0^1 \frac{x^3+x}{x^4+1} dx.$$

$$173. \int_2^9 \frac{xdx}{\sqrt[3]{x-1}}.$$

$$174. \int_0^{2\pi} \sin^2 \frac{x}{4} \cos^4 \frac{x}{4} dx.$$

$$175. \int_0^{\pi} \cos^3 x dx.$$

$$176. \int_{-0,5}^1 \frac{dx}{\sqrt{8+2x-x^2}}.$$

$$177. \int_1^3 \frac{(2x+3)dx}{x^2+4x+5}.$$

$$178. \int_4^9 \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x-1}}.$$

$$179. \int_0^1 \frac{(x^2+1)dx}{(x^3+3x+1)^2}.$$

$$180. \int_0^1 \frac{4 \operatorname{arctg} x - x}{1+x^2} dx.$$

$$181. \int_0^1 \frac{x^4-4}{x^2+1} dx.$$

$$182. \int_{-1}^0 \frac{\operatorname{tg}(x+1)}{\cos^2(x+1)} dx.$$

$$183. \int_0^{\pi/2} \sin^4 x \cos^4 x dx.$$

$$186. \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{2 \cos x + 3}.$$

$$184. \int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^2} dx.$$

$$185. \int_1^{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2} dx.$$

Вычислите интегралы или докажите их расходимость.

$$187. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x}.$$

$$194. \int_0^{+\infty} 2xe^{-x^2} dx.$$

$$201. \int_0^1 x \ln x dx.$$

$$188. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^3}.$$

$$195. \int_0^{+\infty} x \sin x dx.$$

$$202. \int_1^2 \frac{dx}{x \ln x}.$$

$$189. \int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}.$$

$$196. \int_0^{+\infty} x \cos x dx.$$

$$203. \int_0^{1/e} \frac{dx}{x \ln^2 x}.$$

$$190. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 9}.$$

$$197. \int_1^2 \frac{dx}{(x-1)^2}.$$

$$204. \int_1^e \frac{dx}{x \sqrt{\ln x}}.$$

$$191. \int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2 + 1} dx.$$

$$198. \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}.$$

$$205. \int_0^{\pi/2} \operatorname{ctg} x dx.$$

$$192. \int_0^{+\infty} \frac{3x^2 dx}{x^3 + 1}.$$

$$199. \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}.$$

$$206. \int_0^{\pi/2} \operatorname{tg} x dx.$$

$$193. \int_3^{+\infty} \frac{\ln x dx}{x}.$$

$$200. \int_0^2 \frac{dx}{x^2 - 4x + 3}.$$

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями.

$$207. y = x + 4, y = x^2 - 2x.$$

$$211. y^2 + 8x = 16, y^2 - 24x = 48.$$

$$208. y = 2x - x^2 + 3, y = x^2 - 4x + 3.$$

$$212. y^2 = x(x-1)^2.$$

$$209. y = (x-2)^3, y = 4x - 8.$$

$$213. y = \ln x, y = \ln^2 x.$$

$$210. y^2 = 2x + 1, x - y - 1 = 0.$$

214. Найдите площадь фигуры, заключенной между линией $y = \frac{1}{1+x^2}$ и ее асимптотой.

215. Найдите площадь фигуры, ограниченной одной аркой циклоиды $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$.

216. Найдите площадь фигуры, ограниченной астроидой $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$.

217. Найдите площадь фигуры, ограниченной кардиоидой $x = 2a \cos t - a \cos 2t$, $y = 2a \sin t - a \sin 2t$.

- 218.** Найдите площадь петли линии: а) $x = 3t^2$, $y = 3t - t^3$; б) $x = t^2 - 1$, $y = t^3 - t$.
- 219.** Найдите площадь, описываемую полярным радиусом спирали Архимеда $\rho = a\varphi$ при одном его обороте, если началу движения соответствует $\varphi = 0$.
- 220.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линией $\rho = a \sin 2\varphi$.
- 221.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линией $\rho = a \cos 5\varphi$.
- 222.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линией $\rho = 2a(2 + \cos \varphi)$.
- 223.** Найдите площадь общей части фигур, ограниченных линиями $\rho = 3 + \cos 4\varphi$ и $\rho = 2 - \cos 4\varphi$.
- 224.** Найдите длину дуги линии $y = \ln x$ от $x_1 = \sqrt{3}$ до $x_2 = \sqrt{8}$.
- 225.** Найдите длину дуги линии $y = \ln(1 - x^2)$ от $x_1 = 0$ до $x_2 = \frac{1}{2}$.
- 226.** Вычислите длину дуги полукубической параболы $5y^3 = x^2$, заключенной внутри окружности $x^2 + y^2 = 6$.
- 227.** Найдите длину линии $x = a \cos^5 t$, $y = a \sin^5 t$.
- 228.** Найдите длину дуги эвольвенты окружности $x = R(\cos t + t \sin t)$, $y = R(\sin t - t \cos t)$ от $t_1 = 0$ до $t_2 = \pi$.
- 229.** Найдите длину петли линии $x = t^2$, $y = t - \frac{t^3}{3}$.
- 230.** Найдите длину дуги гиперболической спирали $\rho\varphi = 1$ от $\varphi_1 = \frac{3}{4}$ до $\varphi_2 = \frac{4}{3}$.
- 231.** Найдите длину кардиоиды $\rho = a(1 + \cos \varphi)$.
- 232.** Криволинейная трапеция $y = xe^x$ и прямыми $x = 1$ и $y = 0$, вращается вокруг оси абсцисс. Найдите объем тела, которое при этом получается.
- 233.** Найдите объем тела, полученного от вращения криволинейной трапеции, ограниченной линией $y = \arcsin x$ с основанием $[0; 1]$, вокруг оси Ox .
- 234.** Найдите объем тела, ограниченного эллиптическим параболоидом $z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2}$ и плоскостью $z = 1$.
- 235.** Найдите объем тела, ограниченного $2z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$ и $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = z^2$.
- 236.** Найдите координаты центра тяжести фигуры, ограниченной линиями $y = 2x - x^2$, $y = 0$.
- 237.** Найдите координаты центра тяжести фигуры, ограниченной линиями $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$, $y = \sin x$, $y = 0$.
- 238.** Найдите статический момент и момент инерции полуокружности $y = \sqrt{1 - x^2}$ относительно оси Ox .
- 239.** Найдите момент инерции параболического сегмента, ограниченной параболой $y = 4 - x^2$ и прямой $y = 3$ относительно оси Ox .

240. Найдите статический момент фигуры, ограниченной данными линиями, относительно оси абсцисс: 1) $y = \frac{2}{1+x^2}$ и $y = x^2$; 2) $y = \sin x$ и $y = \frac{1}{2}$ (для одного сегмента); 3) $y = x^2$ и $y = \sqrt{x}$.

Повторение

Найдите интегралы.

$$241. \int \frac{\sqrt{x^3} + \sqrt[3]{x^5}}{x^4} dx.$$

$$242. \int \frac{\cos^3 x + 5}{\cos^2 x} dx.$$

$$243. \int \frac{dx}{2x^2 + 8}.$$

$$244. \int \frac{dx}{\sqrt{4x^2 - 1}}.$$

$$245. \int \frac{dx}{\sqrt{3x^2 + 5}}.$$

$$246. \int \frac{dx}{\sqrt{9 - 4x^2}}.$$

$$247. \int \frac{2x - 1}{2x + 3} dx.$$

$$248. \int \sin \frac{5x}{3} dx.$$

$$249. \int x(1 + x^2)^{12} dx.$$

$$250. \int \frac{x}{x^4 + 1} dx.$$

$$251. \int e^{3x^2} x dx.$$

$$252. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^6 + 7}}.$$

$$253. \int \frac{x^3 dx}{x^8 - 3}.$$

$$254. \int \cos^4 x \sin x dx.$$

$$255. \int \frac{\sin x dx}{9 + \cos^2 x}.$$

$$256. \int \frac{\cos x dx}{\sqrt{\sin^2 x - 7}}.$$

$$257. \int \frac{dx}{x(\ln^2 x - 4)}.$$

$$258. \int \frac{x - 2}{\sqrt{x^2 + 8x + 7}} dx.$$

$$259. \int (2x + 1)e^x dx.$$

260.

$$\int \frac{3x^2 + 2x + 1}{(x + 2)(x - 2)(x - 1)} dx.$$

$$261. \int \sin^3 x dx.$$

$$262. \int \sin^4 5x dx.$$

$$263. \int \sin^3 x \cos^5 x dx.$$

$$264. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x - 1}}.$$

Вычислите интегралы.

$$265. \int_0^1 \frac{xdx}{x^4 + 1}.$$

$$267. \int_4^9 \frac{\sqrt{xdx}}{\sqrt{x - 1}}.$$

$$266. \int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx.$$

Кратные интегралы

Вычислите двукратные интегралы.

$$268. \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x}} dy.$$

$$270. \int_1^2 dy \int_0^{\ln y} e^x dx.$$

$$269. \int_2^4 dx \int_x^{\sqrt{2x}} \frac{y}{x} dy.$$

Запишите двойной интеграл $\iint_D f(x, y) dx dy$ в виде двукратного по данной области D .

271. Параллелограмм со сторонами $x = 3$, $x = 5$, $3x - 2y + 4 = 0$, $3x - 2y + 1 = 0$.

272. Треугольник со сторонами $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 2$.

273. Область задана неравенствами $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x^2 + y^2 \leq 1$.

274. Область задана неравенствами $x - y \leq 1$, $x + y \leq 1$, $x \geq 0$.

275. Область задана неравенствами $y \geq x^2$, $y \leq 4 - x^2$.

276. Область задана неравенством $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1$.

277. Область задана неравенством $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 \leq 4$.

278. Область ограничена линиями $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$.

279. Треугольник со сторонами $y = x$, $y = 2x$, $x + y = 6$.

280. Параллелограмм со сторонами $y = x$, $y = x + 3$, $y = -2x + 1$, $y = -2x + 5$.

281. Область задана неравенствами $y - 2x \leq 0$, $2y - x \geq 0$, $xy \leq 2$.

282. Область задана неравенствами $y^2 \leq 8x$, $y \leq 2x$, $y + 4x - 24 \leq 0$.

Вычислите двойные интегралы, по областям, ограниченными данными линиями.

283. $\iint_D xy dx dy$, $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.

284. $\iint_D e^{x+y} dx dy$, $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$.

285. $\iint_D \frac{x^2}{1 + y^2} dx dy$, $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$.

286. $\iint_D \frac{dx dy}{(x + y + 1)^2}$, $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$.

287. $\iint_D \frac{y dx dy}{(x^2 + y^2 + 1)^{3/2}}$, $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$.

288. $\iint_D x \sin(x + y) dx dy$, $D: 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$.

289. $\iint_D x^2 y e^{xy} dx dy$, $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.

290. $\iint_D x^2 y \cos(xy^2) dx dy$, $D: 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq 2$.

291. $\iint_D x^3 y^2 dx dy$, $D: x^2 + y^2 \leq 4$.

292. $\iint_D (x^2 + y) dx dy$, D – область, ограниченная параболой $y = x^2$ и $y^2 = x$.

293. $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$, D – область, ограниченная прямыми $x = 2$, $y = x$ и гиперболой $xy = 1$.

294. $\iint_D \cos(x + y) dx dy$, D – область, ограниченная прямыми $x = 0$, $y = \pi$ и $y = x$.

295. $\iint_D \sqrt{1 - x^2 - y^2} dx dy$, D – часть круга $x^2 + y^2 \leq 1$, лежащая в первой четверти.

296. $\iint_D x^2 y^2 \sqrt{1 - x^3 - y^3} dx dy$, D – область, ограниченная линией $x^3 + y^3 = 1$ и координатными осями.

натными осями.

Измените порядок интегрирования в двукратных интегралах.

297. $\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x, y) dx$.

298. $\int_{-1}^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$.

299. $\int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy$.

300. $\int_0^1 dx \int_{-\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{4-x^2}}^{\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{4-x^2}} f(x, y) dy$.

301. $\int_1^2 dx \int_x^{2x} f(x, y) dy$.

302. $\int_0^2 dx \int_{2x}^{6-x} f(x, y) dy$.

303. $\int_0^1 dx \int_0^x f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} f(x, y) dy$.

304. $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x, y) dy + \int_1^3 dx \int_0^{\frac{3-x}{2}} f(x, y) dy$.

305. $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_0^{1-\sqrt{4x-x^2}-3} f(x, y) dy$.

Перейдите в двойном интеграле $\iint_D f(x, y) dx dy$ к полярным координатам и расставьте

пределы интегрирования.

306. D – круг $x^2 + y^2 \leq 4$.

308. D – круг $x^2 + y^2 \leq 2y$.

307. D – круг $x^2 + y^2 \leq 4x$.

309. D – область, ограниченная окружностями $x^2 + y^2 = 4x$, $x^2 + y^2 = 8x$ и прямыми $y = x$ и $y = 2x$.

310. D – область, ограниченная прямыми $y = x$, $y = 0$ и $x = 1$.

Перейдите в двукратных интегралах к полярным координатам.

$$311. \int_0^R dx \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} f(x, y) dy, R > 0.$$

$$312. \int_{\frac{R}{2}}^{2R} dy \int_0^{\sqrt{2Ry-y^2}} f(x, y) dx, R > 0.$$

Вычислите интегралы с помощью перехода к полярным координатам.

$$313. \int_0^R dx \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} \ln(1+x^2+y^2) dy, R > 0.$$

$$314. \iint_D \sqrt{\frac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2}} dx dy, \text{ где } D \text{ определяется неравенствами } x^2+y^2 \leq 1, x \geq 0 \text{ и } y \geq 0.$$

$$315. \iint_D (1-2x-3y) dx dy, \text{ где } D \text{ - круг } x^2+y^2 \leq R^2, R > 0.$$

$$316. \iint_D \sqrt{R^2-x^2-y^2} dx dy, \text{ где } D \text{ - круг } x^2+y^2 \leq Rx, R > 0.$$

$$317. \iint_D \arctg \frac{y}{x} dx dy, \text{ где } D \text{ - часть кольца, заданного неравенствами } x^2+y^2 \geq 1,$$

$$x^2+y^2 \leq 9, y \geq \frac{x}{\sqrt{3}} \text{ и } y \leq x\sqrt{3}.$$

Вычислите интегралы.

$$318. \int_0^1 dx \int_0^2 dy \int_0^3 dz.$$

$$320. \int_0^1 dx \int_0^x dy \int_0^y xyz dz.$$

$$319. \int_0^1 dx \int_0^2 dy \int_0^3 (x+y+z) dz.$$

$$321. \int_0^1 dx \int_0^x dy \int_0^{xy} x^3 y^2 z dz.$$

$$322. \iiint_{\Omega} \frac{dx dy dz}{(x+y+z+1)^3}, \text{ где } \Omega \text{ - область, ограниченная плоскостями } x=0, y=0, z=0$$

и $x+y+z=1$.

$$323. \iiint_{\Omega} xy dx dy dz, \text{ где } \Omega \text{ - область, ограниченная гиперболическим параболоидом}$$

$z=xy$ и плоскостями $x+y=1$ и $z=0$ ($z \geq 0$).

$$324. \iiint_{\Omega} y \cos(z+x) dx dy dz, \text{ где } \Omega \text{ - область, ограниченная цилиндром } y=\sqrt{x} \text{ и плос-$$

костями $y=0, z=0$ и $x+z=\frac{\pi}{2}$.

Перейдите в тройном интеграле $\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dx dy dz$ к цилиндрическим координатам.

$$325. \Omega \text{ - область, находящаяся в первом октанте и ограниченная цилиндром } x^2+y^2=4 \text{ и плоскостями } z=0, z=1, y=x \text{ и } y=x\sqrt{3}.$$

326. Ω – область, ограниченная цилиндром $x^2 + y^2 = 2x$, плоскостью $z = 0$ и параболоидом $z = x^2 + y^2$.

327. Перейдите в тройном интеграле $\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dx dy dz$, где Ω – часть шара $x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$, лежащая в первом октанте, к сферическим координатам.

Вычислите интегралы с помощью перехода к цилиндрическим или сферическим координатам.

328. $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_0^a dz, a > 0.$

329. $\int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} dy \int_0^a z \sqrt{x^2 + y^2} dz, a > 0.$

330. $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_0^{\sqrt{1-x^2-y^2}} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dz.$

331. $\int_{-R}^R dx \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} dy \int_0^{\sqrt{R^2-x^2-y^2}} (x^2 + y^2) dz, R > 0.$

332. $\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2) dx dy dz$, где область Ω определяется неравенствами $z \geq 0$ и $1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$.

333. $\iiint_{\Omega} \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z-2)^2}}$, где Ω – шар $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

Найдите площади областей, ограниченных данными линиями, с помощью двойного интеграла.

334. $x = 0, y = 0, x + y = 1.$

338. $(x^2 + y^2)^2 = 2ax^3, a > 0.$

335. $y = x, y = 5x, x = 1.$

339. $(x^2 + y^2)^3 = x^4 + y^4.$

336. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a > 0, b > 0.$

337. $y = \sqrt{x}, y = 2\sqrt{x}, x = 4.$

Найдите объемы тел, ограниченных данными поверхностями, с помощью двойного интеграла.

340. Координатными плоскостями, плоскостями $x = 4$ и $y = 4$ и параболоидом $z = x^2 + y^2 + 1$.

341. Плоскостями $y = 0, z = 0, 3x + y = 6, 3x + 2y = 12$ и $x + y + z = 6$.

342. Параболоидом $z = x^2 + y^2$, координатными плоскостями и плоскостью $x + y = 1$.

343. Цилиндрами $y = \sqrt{x}$, $y = 2\sqrt{x}$ и плоскостями $z = 0$ и $x + z = 6$.
344. Цилиндром $x^2 + y^2 = 4$, плоскостями $z = 0$ и $z = x + y + 10$.
345. Цилиндром $x^2 + y^2 = 2x$, плоскостями $2x - z = 0$ и $4x - z = 0$.
346. Цилиндрами $x^2 + y^2 = 2x$, $x^2 + y^2 = 2y$ и плоскостями $z = x + 2y$ и $z = 0$.

Найдите объемы тел, ограниченных данными поверхностями, с помощью тройного интеграла.

347. Цилиндрами $z = 4 - y^2$ и $z = y^2 + 2$ и плоскостями $x = -1$ и $x = 2$.
348. Параболоидами $z = x^2 + y^2$ и $z = x^2 + 2y^2$ и плоскостями $y = x$, $y = 2x$ и $x = 1$.
349. Параболоидами $z = x^2 + y^2$ и $z = 2x^2 + 2y^2$, цилиндром $y = x^2$ и плоскостью $y = x$.
350. Цилиндрами $z = \ln(x + 2)$ и $z = \ln(6 - x)$ и плоскостями $x = 0$, $x + y = 2$ и $x - y = 2$.
351. $(x^2 + y^2 + z^2)^2 = a^3x$, $a > 0$.
352. $(x^2 + y^2 + z^2)^2 = axyz$, $a > 0$.

Найдите двойным интегрированием статические моменты однородных плоских фигур (плотность $\gamma = 1$).

353. Прямоугольника со сторонами a и b относительно стороны длиной a .
354. Полукруга относительно диаметра.

Найдите двойным интегрированием центры тяжести однородных плоских фигур.

355. Фигуры, ограниченной верхней половиной эллипса, опирающейся на большую ось.
356. Фигуры, ограниченной синусоидой $y = \sin x$, осью Ox и прямой $x = \frac{\pi}{4}$.

Найдите двойным интегрированием моменты инерции однородных плоских фигур (плотность $\gamma = 1$).

357. Круга радиуса R относительно касательной.
358. Квадрата со стороной a относительно вершины.
359. Эллипса относительно центра.
360. Прямоугольника со сторонами a и b относительно точки пересечения диагоналей.

Найдите статические моменты однородных тел (плотность $\gamma = 1$).

361. Прямоугольного параллелепипеда с ребрами a , b и c относительно его граней.
362. Тела, ограниченного эллипсоидом $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ и плоскостью Oxy , относительно этой плоскости.

Найдите центры тяжести однородных тел, ограниченных данными поверхностями.

363. Плоскостями $x=0$, $y=0$, $z=0$, $x=2$, $y=4$ и $x+y+z=8$.

364. Цилиндром $z = \frac{y^2}{2}$ и плоскостями $x=0$, $y=0$, $z=0$ и $2x-3y-12=0$.

Найдите моменты инерции однородных тел с массой, равной M .

365. Прямоугольного параллелепипеда с ребрами a , b и c относительно каждого из ребер и относительно центра тяжести.

366. Эллипсоида $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ относительно каждой из трех его осей.

367. Найдите массу квадратной пластинки со стороной $2a$, если плотность материала пластинки пропорциональна квадрату расстояния от точки пересечения диагоналей и на углах квадрата равна единице.

368. Плоское кольцо ограничено двумя концентрическими окружностями, радиусы которых равны R и r ($R > r$). Зная, что плотность материала обратно пропорциональна расстоянию от центра окружностей, найдите массу кольца. Плотность на окружности внутреннего круга равна единице.

369. Вычислите массу тела, ограниченного прямым круглым цилиндром радиуса R , высоты H , если его плотность в любой точке численно равна квадрату расстояния от этой точки до центра основания цилиндра.

370. Найдите массу шара радиуса R , если плотность пропорциональна кубу расстояния от центра и на единице расстояния равна γ .

Криволинейные интегралы

Вычислите криволинейные интегралы.

371. $\int_L \frac{ds}{x-y}$, где L – отрезок прямой $y = \frac{1}{2}x - 2$, заключенный между точками $A(0; -2)$ и $B(4; 0)$.

372. $\int_L xyds$, где L – контур прямоугольника с вершинами $A(0; 0)$, $B(4; 0)$, $C(4; 2)$ и $D(0; 2)$.

373. $\int_L yds$, где L – дуга параболы $y^2 = 2px$, отсеченная параболой $x^2 = 2py$.

374. $\int_L (x^2 + y^2)^n ds$, где L – окружность $x = a \cos t$, $y = a \sin t$.

375. $\int_L xyds$, где L – четверть эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, лежащая в первом октанте.

376. $\int_L \sqrt{2y} ds$, где L – первая арка циклоиды $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$.

377. $\int_L \frac{z^2 ds}{x^2 + y^2}$, где L – первый виток винтовой линии $x = a \cos t$, $y = a \sin t$, $z = at$.

378. $\int_L xyz ds$, где L – четверть окружности $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, $x^2 + y^2 = \frac{R^2}{4}$, лежащая

в первом октанте.

379. $\int_L (2z - \sqrt{x^2 + y^2}) ds$, где L – первый виток конической винтовой линии $x = t \cos t$,

$y = t \sin t$, $z = t$.

380. $\int_L (x + y) ds$, где L – четверть окружности $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, $y = x$, лежащая

в первом октанте.

381. Найдите массу участка линии $y = \ln x$ между точками с абсциссами x_1 и x_2 , если плотность линии в каждой точке равна квадрату абсциссы точки.

382. Найдите массу первого витка винтовой линии $x = a \cos t$, $y = a \sin t$, $z = bt$, плотность которой в каждой точке равна квадрату полярного радиуса этой точки.

383. Найдите координаты центра тяжести первого полувитка винтовой линии $x = a \cos t$, $y = a \sin t$, $z = bt$, считая плотность постоянной.

384. Вычислите статический момент первого витка конической винтовой линии $x = t \cos t$, $y = t \sin t$, $z = t$ относительно плоскости Oxy , считая плотность пропорциональной квадрату расстояния от этой плоскости: $\rho = kz^2$.

Вычислите криволинейные интегралы.

385. $\int_L x dy$, где L – контур треугольника, образованного координатными осями и пря-

мой $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$, в положительном направлении.

386. $\int_L x dy$, где L – отрезок прямой $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ от точки пересечения ее с осью абсцисс

до точки пересечения ее с осью ординат.

387. $\int_L (x^2 - y^2) dx$, где L – дуга параболы $y = x^2$ от точки $(0; 0)$ до точки $(2; 4)$.

388. $\int_L (x^2 + y^2) dy$, где L – контур четырехугольника с вершинами (указанными в по-

рядке обхода) $A(0; 0)$, $B(2; 0)$, $C(4; 4)$ и $D(0; 4)$.

389. $\int_{(0; 0)}^{(\pi; 2\pi)} -x \cos y dx + y \sin x dy$ вдоль отрезка, соединяющего точки $(0; 0)$ и $(\pi; 2\pi)$.

390. $\int_{(0; 0)} x y dx + (y - x) dy$ вдоль линии: 1) $y = x$; 2) $y = x^2$; 3) $y^2 = x$; 4) $y = x^3$.

391. $\int_{(0;0)}^{(1;1)} 2xydx + x^2dy$ вдоль линии: 1) $y = x$; 2) $y = x^2$; 3) $y^2 = x$; 4) $y = x^3$.

392. $\int_L ydx + xdy$, где L – четверть окружности $x = R \cos t$, $y = R \sin t$ от $t_1 = 0$ до $t_2 = \frac{\pi}{2}$.

393. $\int_L ydx - xdy$, где L – эллипс $x = a \cos t$, $y = b \sin t$, пробегаемый в положительном направлении.

394. $\int_L \frac{y^2 dx - x^2 dy}{x^2 + y^2}$, где L – полуокружность $x = a \cos t$, $y = a \sin t$ от $t_1 = 0$ до $t_2 = \pi$.

395. $\int_L xdx + ydy + (x + y - 1)dz$, где L – отрезок прямой от точки $(1; 1; 1)$ до точки $(2; 3; 4)$.

396. $\int_L yzdx + zxdy + xydz$, где L – дуга винтовой линии $x = R \cos t$, $y = R \sin t$, $z = \frac{at}{2\pi}$ от точки пересечения линии с плоскостью $z = 0$ до точки ее пересечения с плоскостью $z = a$.

397. $\int_{(1;1;1)}^{(4;4;4)} \frac{xdx + ydy + zdz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - x - y + 2z}}$ вдоль прямой линии.

398. Вычислите интеграл $\int_L (1 - x^2)ydx + x(1 + y^2)dy$, где L – окружность $x^2 + y^2 = R^2$, пробегаемая в положительном направлении, двумя способами: 1) непосредственно; 2) с помощью формулы Грина.

399. Вычислите интеграл $\int_L (xy + x + y)dx + (xy + x - y)dy$, где L : а) эллипс

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$; б) окружность $x^2 + y^2 = ax$, пробегаемые в положительном направлении.

Вычисление провести двумя способами: 1) непосредственно; 2) с помощью формулы Грина.

Вычислите криволинейные интегралы.

400. $\int_{(-1;2)}^{(2;3)} ydx + xdy$.

402. $\int_{(3;4)}^{(5;12)} \frac{xdx + ydy}{x^2 + y^2}$ (начало координат не лежит на контуре интегрирования).

401. $\int_{(0;0)}^{(2;1)} 2xydx + x^2dy$.

403. $\int_{(1;-1;2)}^{(2;1;3)} xdx - y^2dy + zdz$.

$$404. \int_{(1; 2; 3)}^{(3; 2; 1)} yzdx + zxdy + xydz.$$

Найдите функции по данным полным дифференциалам.

$$405. du = x^2 dx + y^2 dy.$$

$$406. du = 4(x^2 - y^2)(xdx - ydy).$$

$$407. du = \frac{(x + 2y)dx + ydy}{(x + y)^2}.$$

$$408. du = (2x \cos y - y^2 \sin x)dx + (2y \cos x - x^2 \sin y)dy.$$

$$409. du = \frac{dx + dy + dz}{x + y + z}.$$

$$410. du = \frac{xdx + ydy + zdz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}.$$

При помощи криволинейного интеграла вычислите площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

$$411. \text{Эллипсом } x = a \cos t, y = b \sin t.$$

$$412. \text{Астроидой } x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t.$$

$$413. \text{Кардиоидой } x = 2a \cos t - a \cos 2t, y = 2a \sin t - a \sin 2t.$$

414. Найдите работу силы $\vec{F} = xy\vec{i} + (x + y)\vec{j}$ при перемещении точки от начала координат в точку (1; 1): 1) по прямой $y = x$; 2) по параболе $y = x^2$; 3) по двузвенной ломаной, стороны которой параллельны координатным осям (два случая).

415. Покажите, что работа силы $\vec{F} = 2xy\vec{i} + x^2\vec{j}$ при перемещении точки зависит только от начального и конечного ее положения и не зависит от формы пути. Вычислите величину работы при перемещении из точки (1; 0) в точку (0; 3).

Дифференциальные уравнения

Является ли данная функция решением дифференциального уравнения?

$$416. y = 5x^2, xy' = 2y.$$

$$419. y = \frac{C^2 - x^2}{2x}, (x + y)dx + xdy = 0.$$

$$417. y = \frac{2}{\cos x}, y' - y \operatorname{tg} x = 0.$$

$$418. y = \frac{1}{x}, y'' = x^2 + y^2.$$

420. При каком значении параметра a функция $y = a\sqrt{x^2 + 1}$ является решением дифференциального уравнения $y' = \frac{x}{y}$?

421. При каком значении параметра a функция $y = e^{ax}$ является решением дифференциального уравнения $2y' = y$?

Найдите общий интеграл (общее решение) дифференциального уравнения.

422. $\frac{dy}{dx} = \sqrt{xy}$.

428. $(e^{2x} + 5)dy + ye^{2x}dx = 0$.

423. $2yy' = -x$.

429. $\sqrt{4 + y^2}dx - ydy = x^2ydy$.

424. $y \ln y + xy' = 0$.

430. $y(4 + e^x)dy - e^xdx = 0$.

425. $4xdx - 3ydy = 3x^2ydy - 2xy^2dx$.

431. $y(1 + \ln y) + xy' = 0$.

426. $x\sqrt{1 + y^2} + yy'\sqrt{1 + x^2} = 0$.

432. $y' = 10^{x+y}$.

427. $(3 + e^x)yy' = e^x$.

Найдите решение задачи Коши.

433. $yy' + x = 0, y(-2) = -3$.

436. $\sin y \cos x dy = \cos y \sin x dx, y(0) = \frac{\pi}{4}$.

434. $y' = x(y + 1), y(1) = \frac{1}{2}$.

435. $y' = \frac{1 + y^2}{1 + x^2}, y(0) = 1$.

Найдите общее решение дифференциального уравнения.

437. $y' - \frac{3y}{x} = x^2 + 1$.

439. $y' - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^3$.

438. $y' + \frac{y}{x} = \sin x$.

440. $y' + y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$.

Найдите решение задачи Коши.

441. $y' - \frac{1}{x+1}y = e^x(x+1), y(0) = 1$.

444. $y' - \frac{y}{x} = x \sin x, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

442. $y' + \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3}, y(1) = 1$.

443. $y' + xy = -x^3, y(0) = 3$.

Найдите общее решение уравнения.

445. $(x + 2y)dx - xdy = 0$.

448. $y' = \frac{x + 2y}{2x - y}$.

446. $y' = \frac{y^2}{x^2} + 4\frac{y}{x} + 2$.

449. $y' = \frac{x + y}{x - y}$.

447. $2y' = \frac{y^2}{x^2} + 6\frac{y}{x} + 3$.

450. $xy' = \sqrt{x^2 + y^2} + y$.

$$451. xy' = y - xe^{\frac{y}{x}}.$$

Найдите решение задачи Коши.

$$452. (xy' - y) \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = x, y(1) = 0.$$

$$453. (x^2 + y^2) dx - 2xy dy = 0, y(0) = 4.$$

Найдите общее решение дифференциального уравнения.

$$454. 2x + 2xy^2 + \sqrt{2 - x^2} y' = 0.$$

$$456. y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}.$$

$$455. xy' = 4\sqrt{2x^2 + y^2} + y.$$

Найдите общее решение дифференциального уравнения.

$$457. y' = \frac{2y - x - 5}{2x - y + 4}.$$

$$461. y' + \frac{2y}{x} = \frac{2\sqrt{y}}{\cos^2 x}.$$

$$458. (x + y + 1) dx = (2x + 2y - 1) dy.$$

$$462. (2x^3 - xy^2) dx + (2y^3 - x^2y) dy = 0.$$

$$459. y' + 2xy = 2x^3y^3.$$

$$463. e^y dx + (xe^y - 2y) dy = 0.$$

$$460. xy' + y = y^2 \ln x.$$

$$464. yx^{y-1} dx + x^y \ln x dy = 0.$$

Найдите общее решение дифференциального уравнения.

$$465. xy''' = 1.$$

$$468. 2xy'y'' = (y')^2 - 1.$$

$$466. y^{(20)} = \sin x.$$

$$469. xy''' + y'' = 1 + x.$$

$$467. x^2 y'' = (y')^2.$$

$$470. y y'' + (y')^2 = 0.$$

Найдите решение задачи Коши.

$$471. y'' = \frac{1}{\cos^2 x}, y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\ln 2}{2}, y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0.$$

$$473. y'' = \frac{y'}{x} \left(1 + \ln \frac{y'}{x}\right), y(1) = \frac{1}{2}, y'(1) = 1.$$

$$472. (1 + x^2) y'' - 2xy' = 0, y(0) = 0, y'(0) = 3.$$

$$474. y^3 y'' = 1, y\left(\frac{1}{2}\right) = 1, y'\left(\frac{1}{2}\right) = 1.$$

Найдите общее решение линейного однородного дифференциального уравнения.

$$475. y'' + 3y' + 2y = 0.$$

$$481. y'' + 4y = 0.$$

$$476. y'' - 4y' + 4y = 0.$$

$$482. y'' + 6y' + 9y = 0.$$

$$477. y'' + 2y' = 0.$$

$$483. y'' + 6y' - 7y = 0.$$

$$478. y'' - 4y = 0.$$

$$484. y'' - 4y' + 5y = 0.$$

$$479. y'' + 2y' + 5y = 0.$$

$$485. y'' + y = 0.$$

$$480. y'' - 4y' + 8y = 0.$$

$$486. \text{Найдите решение задачи Коши: } y'' - 2y' + y = 0, y(0) = 1, y'(0) = -2.$$

Укажите вид частного решения неоднородного уравнения.

487. $y'' + 3y' + 2y = x^2 + 1$.

488. $y'' + 3y' + 2y = x^2 e^{-x}$.

489. $y'' + 3y' + 2y = 3 \sin x$.

490. $y'' - 4y' + 4y = x e^{2x}$.

491. $y'' - 4y' + 4y = 3x - 1$.

492. $y'' - 4y' + 4y = 4e^{-2x}$.

493. $y'' + 2y' = 1 - x$.

494. $y'' + y = \cos x$.

495. $2y'' + 5y' = 100x e^{-x} \cos x$.

496. $5y'' - 6y' + 5y = e^{2x} + 2x^3 - x + 2$.

497. $y'' + y = \sin x - 2e^{-x}$.

Найдите общее решение дифференциального уравнения.

498. $y'' + 3y' + 2y = 1 - x^2$.

499. $y'' - y = 6x^2 + 3x$.

500. $y'' - y' = 5(x + 2)^2$.

501. $y'' + 5y' - 6y = (16 - 12x)e^{-x}$.

502. $y'' + 5y' - 6y = 3 \sin x$.

503. $y'' + y' = x^2 + x$.

504. $2y'' + y' - y = (x - 1)e^{2x}$.

505. $y'' - 3y' + 2y = 3e^x$.

506. $y'' - 5y' + 4y = 4 \sin x - 2 \cos x$.

507. $y'' - y' = \frac{e^x}{e^x + 1}$.

508. $y'' + y' = -\operatorname{ctg}^2 x$.

Найдите решение задачи Коши.

509. $y'' + 2y' + y = 10$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 3$.

510. $y'' - 2y' + 10y = 5e^{3x}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$.

Найдите общее решение дифференциального уравнения.

511. $y''' + 9y' = 0$.

512. $y^{(IV)} - 13y'' + 36y = 0$.

513. $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$.

514. $y^{(IV)} + 2y''' + y'' = 0$.

515. $y''' - 4y'' + 5y' - 2y = 2x + 3$.

516. $y^{(IV)} + 8y'' + 16y = \cos x$.

Решите систему дифференциальных уравнений.

517.
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y - 7x, \\ \frac{dy}{dt} = -2x - 5y. \end{cases}$$

518.
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y, \\ \frac{dy}{dt} = 3x + 4y. \end{cases}$$

519.
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 3y, \\ \frac{dy}{dt} = 3x + y. \end{cases}$$

520.
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y, \\ \frac{dy}{dt} = x + e^t + e^{-t}. \end{cases}$$

521.
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2y - 5x + e^t, \\ \frac{dy}{dt} = x - 6y + e^{-2t}. \end{cases}$$

ОТВЕТЫ

Интегралы

1. $\frac{x^6}{6} + C$. 2. $\frac{5}{7}\sqrt[5]{x^7} + C$. 3. $-2\cos x - \frac{5}{2x^2} + C$. 4. $\ln|x| - \frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} + C$. 5. $-\frac{2}{3\sqrt{x^3}} - \frac{3}{4\sqrt[3]{x^4}} + C$.
6. $\frac{3}{7}\sqrt[3]{x^7} + \frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4} + C$. 7. $\frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2} + \frac{18}{7}x\sqrt[6]{x} + \frac{9}{5}x\sqrt[3]{x^2} + \frac{6}{13}x^2\sqrt[6]{x} + C$.
8. $-\frac{1}{x} - \frac{2}{\sqrt{x^3}} - \frac{15}{4\sqrt[3]{x^4}} + C$. 9. $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\sin x + C$. 10. $\sin x + 5\operatorname{tg} x + C$. 11. $\frac{1}{4}\operatorname{arctg}\frac{x}{2} + C$.
12. $\frac{1}{12}\ln\left|\frac{2x-3}{2x+3}\right| + C$. 13. $\frac{1}{2}\ln\left|x + \sqrt{x^2 - \frac{1}{4}}\right| + C$. 14. $\frac{1}{\sqrt{3}}\ln\left|x + \sqrt{x^2 + \frac{5}{3}}\right| + C$.
15. $\frac{1}{2}\arcsin\frac{2x}{3} + C$. 16. $x + \operatorname{arctg} x + C$. 17. $\operatorname{tg} x - x + C$. 18. $-\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x + C$.
19. $3x - \frac{2}{\ln 3/2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x + C$. 20. $\ln|x+1| + C$. 21. $x - 6\ln|x+4| + C$. 22. $-\frac{3}{2(2x+3)} + C$.
23. $\frac{5}{12}\sqrt[5]{(3x+5)^4} + C$. 24. $\frac{1}{5}\sin 5x + C$. 25. $-\frac{3}{5}\cos\frac{5x}{3} + C$. 26. $\frac{5^{4x-1}}{4\ln 5} + C$.
27. $\frac{1}{8}e^{8x} - 4e^x - \frac{2}{3}e^{-6x} + C$. 29. $\frac{1}{26}(1+x^2)^{13} + C$. 29. $\frac{1}{2}\operatorname{arctg} x^2 + C$. 30. $\frac{1}{6}e^{3x^2} + C$.
31. $\frac{1}{9}\ln|1+3x^3| + C$. 32. $\frac{2}{3}\sqrt{x^6+7} + C$. 33. $-\frac{1}{3}e^{2-x^3} + C$. 34. $\frac{1}{6}\sqrt{(x^4-5)^3} + C$.
35. $\frac{1}{8\sqrt{3}}\ln\left|\frac{x^4-\sqrt{3}}{x^4+\sqrt{3}}\right| + C$. 36. $\frac{1}{10\sqrt{7}}\ln\left|\frac{x^5-\sqrt{7}}{x^5+\sqrt{7}}\right| + C$. 37. $2e^{\sqrt{x}} + C$. 38. $-e^{\frac{1}{x}} + C$.
39. $-\frac{1}{5}\cos^5 x + C$. 40. $-\frac{1}{3}\operatorname{arctg}\frac{\cos x}{3} + C$. 41. $\ln\left|\sin x + \sqrt{\sin^2 x - 7}\right| + C$. 42. $\frac{1}{4\cos^2 2x} + C$.
43. $\frac{5}{18}\sqrt[5]{(3\operatorname{tg} x - 5)^6} + C$. 44. $2\ln|\ln x| + C$. 45. $\frac{1}{4}\ln\left|\frac{\ln x - 2}{\ln x + 2}\right| + C$. 46. $-\operatorname{ctg} \ln x + C$.
47. $\ln\left|e^x + \sqrt{1+e^{2x}}\right| + C$. 48. $\frac{1}{3\ln 2}\operatorname{arctg}\frac{2^x}{3} + C$. 49. $\frac{1}{15}\ln(5e^{3x} + 1) + C$. 50. $\frac{2}{3}\sqrt{\operatorname{arctg}^3 x} + C$.
51. $\frac{3}{4}\sqrt[3]{\operatorname{arctg}^4 x} + x + \operatorname{arctg} x + C$. 52. $-\frac{1}{x - \sin x} + C$. 53. $\frac{1}{4}\ln(x^4 + 1) + \frac{1}{2}\operatorname{arctg} x^2 + C$.
54. $\frac{6^x}{\ln 6} + C$. 55. $\frac{1}{2\ln 2}2^{2x} + \frac{2}{\ln 6}6^x + \frac{1}{2\ln 3}3^{2x} + C$. 56. $\frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}\ln|2x+1|\right) + C$.
57. $2x + 3\ln|x-2| + C$. 58. $-\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}\ln|4+2x| + C$. 59. $-\frac{4}{21}\sqrt[4]{(2-3x)^7} + C$. 60. $3\sqrt{1+x^2} + C$.
61. $\frac{1}{3}\ln\left|x^3 + \sqrt{x^6 - 4}\right| + C$. 62. $\frac{1}{28}\ln\left|\frac{x^7 - 2}{x^7 + 2}\right| + C$. 63. $-\sqrt{4-x^2} + \arcsin\frac{x}{2} + C$. 64. $\cos\frac{1}{x} + C$.

- 65.** $\frac{1}{4}\sin^4 x + C$. **66.** $\frac{1}{2}\operatorname{arctg}^2 x + C$. **67.** $\ln|\arcsin x| + C$. **68.** $-\cos e^x + C$. **69.** $\frac{1}{\ln 3}\arcsin 3^x + C$.
- 70.** $\frac{1}{5}\ln^5 x + C$. **71.** $\frac{2}{3}\sqrt{(1+\ln x)^3} + C$. **72.** $\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{e^x}{2} + C$. **73.** $-\frac{6}{7}\sqrt[6]{\operatorname{ctg}^7 x} + C$.
- 74.** $\frac{1}{2}\ln|x^2 + 2\sin x| + C$. **75.** $e^x + e^{-x} + C$. **76.** $\arcsin x - \sqrt{1-x^2} + C$.
- 77.** $\frac{1}{2}\operatorname{arctg} x^2 - \frac{1}{4}\ln(x^4 + 1) + C$. **78.** $\ln|x+1| + C$. **79.** $3\ln|x-2 + \sqrt{x^2 - 4x + 8}| + C$.
- 80.** $3\sqrt{x^2 - 4x - 5} + 5\ln|x-2 + \sqrt{x^2 - 4x - 5}| + C$. **81.** $-\sqrt{3-2x-x^2} - \arcsin\frac{x+1}{2} + C$.
- 82.** $\sqrt{x^2 + 8x + 7} - 6\ln|x+4 + \sqrt{x^2 + 8x + 7}| + C$. **83.** $2\ln|x^2 + 2x + 5| + 2\operatorname{arctg}\frac{x+1}{2} + C$.
- 84.** $(2x-1)e^x + C$. **85.** $-\frac{1}{4}(2x+1)e^{-2x} + C$. **86.** $\frac{3^x}{\ln^2 3}(x\ln 3 - 1) + C$.
- 87.** $\frac{1}{4}x\sin 4x + \frac{1}{16}\cos 4x + C$. **88.** $(2x-1)\cos x - 2\sin x + C$.
- 89.** $-x^2\cos x + 2x\sin x + 2\cos x + C$. **90.** $-x\operatorname{ctg} x + \ln|\sin x| + C$. **91.** $3\sqrt[3]{x}(\ln x - 3) + C$.
- 92.** $-\frac{8}{27\sqrt{x^3}}\left(\frac{9}{4}\ln^2 x + 3\ln x + 2\right) + C$. **93.** $x\arcsin 2x + \frac{1}{2}\sqrt{1-4x^2} + C$.
- 94.** $\frac{x^2}{2}\operatorname{arctg} x - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\operatorname{arctg} x + C$. **95.** $x\operatorname{arctg}\sqrt{x} - \sqrt{x} + \operatorname{arctg}\sqrt{x} + C$.
- 96.** $x\ln(x^2 + 4) - 2x + 4\operatorname{arctg}\frac{x}{2} + C$. **97.** $x\log_2 x - \frac{x}{\ln 2} + C$. **98.** $2(1-2x)e^{\frac{x}{2}} + 8e^{\frac{x}{2}} + C$.
- 99.** $\frac{1}{3}(5x-2)e^{3x} - \frac{5}{9}e^{3x} + C$. **100.** $(x^2 - x + 2)e^x + C$. **101.** $\frac{3}{2}x\sin 2x + \frac{3}{4}\cos 2x + C$.
- 102.** $\frac{x^2}{2}\ln(x-1) - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\ln(x-1) + C$. **103.** $x\arccos x - \sqrt{1-x^2} + C$.
- 104.** $x\ln(4x^2 + 1) - 2x + \operatorname{arctg} 2x + C$. **105.** $\frac{x}{2}(\sin \ln x + \cos \ln x) + C$.
- 106.** $\frac{x}{2}(\sin \ln x - \cos \ln x) + C$. **107.** $\frac{1}{2}e^x(\sin x - \cos x) + C$.
- 108.** $\frac{x}{2}\sqrt{1+x^2} + \frac{1}{2}\ln(x + \sqrt{1+x^2}) + C$. **109.** $\frac{x^3+1}{x^2-x} = x+1 + \frac{x+1}{x^2-x}$.
- 110.** $\frac{2x^5 - 8x^3 + 3}{x^2 - 2x} = 2x^3 + 4x^2 + \frac{3}{x^2 - 2x}$. **111.** $\frac{5}{2(x-1)} - \frac{11}{x-2} + \frac{21}{2(x-3)}$. **112.** $\frac{1}{x} + \frac{1}{(x+2)^3}$.
- 113.** $\frac{-1}{(x+2)^2} + \frac{2x}{(x^2+x+1)}$. **114.** $\frac{x^2}{2} + 4x + 8\ln|x-1| + 5\ln|x-3| + C$

- 115.** $x^2 + 2x - \ln|x+1| + 7\ln|x-2| + C.$
116. $\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + 2x^2 - 4x - \ln|x| + 5\ln|x+1| + C.$
- 117.** $\frac{3}{4}\ln|x+2| + \frac{17}{4}\ln|x-2| - 2\ln|x-1| + C.$
118. $3x + 2\ln|x| + \frac{1}{2}\ln|x-1| - \frac{5}{2}\ln|x+1| + C$
- 119.** $2x^2 + 2\ln|x+1| + \ln|x-1| + 3\ln|x| + C.$
120. $-\frac{1}{2(x+1)^2} + 2\ln|x-1| + C.$
- 121.** $\ln|x+1| + \frac{1}{(x-2)^2} + C.$
122. $-\frac{1}{x+1} + \frac{1}{2}\ln(x^2+1) + \operatorname{arctg} x + C.$
- 123.** $\frac{1}{2}\ln|x-1| - \frac{1}{6}\ln(x^2+x+1) + \frac{1}{\sqrt{3}}\operatorname{arctg}\frac{2x+1}{\sqrt{3}} + C.$
- 124.** $\frac{3}{2}\ln(x^2-2x+5) - \ln|x-1| + \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{x-1}{2} + C.$
125. $-\cos x + \frac{\cos^3 x}{3} + C.$
- 126.** $\frac{3}{8}x - \frac{1}{20}\sin 10x + \frac{1}{160}\sin 20x + C.$
127. $\frac{5}{16}x - 2\sin\frac{x}{4} + \frac{3}{8}\sin\frac{x}{2} + \frac{1}{6}\sin^3\frac{x}{4} + C.$
- 128.** $-\frac{\cos^3 x}{3} + \frac{\cos^5 x}{5} + C.$
129. $\frac{\cos^8 x}{8} - \frac{\cos^6 x}{6} + C.$
130. $\frac{1}{16}x - \frac{1}{256}\sin 16x - \frac{1}{192}\sin^3 8x + C.$
- 131.** $\frac{1}{2}\operatorname{tg}^2 x + \ln|\cos x| + C.$
132. $\operatorname{ctg} x - \frac{1}{3}\operatorname{ctg}^3 x - x + C.$
133. $\frac{1}{6}\cos 3x - \frac{1}{14}\cos 7x + C.$
- 134.** $\frac{1}{8}\sin 4x - \frac{1}{20}\sin 10x + C.$
135. $\frac{1}{16}\sin 8x + \frac{1}{4}\sin 2x + C.$
- 136.** $-\cos x + \frac{2}{3}\cos^3 x - \frac{1}{5}\cos^5 x + C.$
137. $\frac{3}{8}x + \frac{1}{8}\sin 4x + \frac{1}{64}\sin 8x + C.$
- 138.** $-\frac{\cos^3 x}{3} + \frac{2\cos^5 x}{5} - \frac{\cos^7 x}{7} + C.$
139. $\frac{3}{128}x - \frac{1}{128}\sin 4x + \frac{1}{1024}\sin 8x + C.$
- 140.** $\frac{\operatorname{tg}^5 x}{5} - \frac{\operatorname{tg}^3 x}{3} + \operatorname{tg} x - x + C.$
141. $-\frac{1}{2}\operatorname{ctg}^2 x - \ln|\sin x| + C.$
142. $\frac{\sqrt{2}}{2}\ln\left|\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{8} + \frac{x}{2}\right)\right| + C.$
- 143.** $\frac{2}{3}\operatorname{arctg}\frac{5\operatorname{tg}\frac{x}{2}+4}{3} + C.$
144. $\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(2\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right) + C.$
- 145.** $\ln(2+\cos x) + \frac{4}{\sqrt{3}}\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right) + C.$
146. $\frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{arctg}(\sqrt{2}\operatorname{tg} x) + C.$
- 147.** $\frac{1}{2}\operatorname{arctg}(3\operatorname{tg} x) + C.$
148. $\frac{4}{25}x - \frac{3}{25}\ln|\operatorname{tg} x + 2| + \frac{2}{5(\operatorname{tg} x + 2)} - \frac{3}{25}\ln|\cos x| + C.$
- 149.** $\frac{2}{7}\sqrt{(x-1)^7} + \frac{6}{5}\sqrt{(x-1)^5} + 2\sqrt{(x-1)^3} + 2\sqrt{x-1} + C.$
- 150.** $\frac{6}{5}\left(\sqrt[6]{x^5} + 2\sqrt[12]{x^5} + 2\ln\left|\sqrt[6]{x^5} - 1\right|\right) + C.$
151. $\frac{4}{3}\left(\sqrt[4]{x^3} - \ln\left(\sqrt[4]{x^3} + 1\right)\right) + C.$
- 152.** $2\sqrt{x} - 4\sqrt[4]{x} + 4\ln\left|1 + \sqrt[4]{x}\right| + C.$
153. $\frac{3}{2}\sqrt[3]{(x+1)^2} - 3\sqrt[3]{x+1} + 3\ln\left|1 + \sqrt[3]{x+1}\right| + C.$

154. $6\sqrt[3]{(1+x)^2} \left(\frac{(1+x)^2}{16} - \frac{1+x}{5} + \frac{\sqrt{1+x}}{7} + \frac{1}{4} \right) + C.$ 155. $-\frac{\sqrt{1-x^2}}{x} - \arcsin x + C.$
156. $C - \frac{x(x^2-3)}{2\sqrt{1-x^2}} - \frac{3}{2} \arcsin x.$ 157. $\frac{\sqrt{x^2-16}}{16x} + C.$ 158. $\frac{\sqrt{(x^2-8)^3}}{24x^3} + C.$
159. $\frac{\sqrt{x^2+4}(x^2-2)}{24x^3} + C.$ 160. $\frac{x}{4\sqrt{x^2+4}} + C.$ 161. $\frac{1}{15}.$ 162. $\frac{\pi}{8}.$ 163. $\frac{1}{3}.$ 164. $\frac{\pi^2}{18} + \ln 2.$
165. $\frac{3}{2}.$ 166. $\frac{1}{9}(2e^3+1).$ 167. $\frac{1}{9} - 2\sin 6 - \frac{1}{9}\cos 6.$ 168. $\frac{\pi(9-4\sqrt{3})}{36} + \frac{1}{2}\ln\frac{3}{2}.$ 169. $2 - \frac{3}{4\ln 2}.$
170. $\pi^3 - 6\pi.$ 171. $2 - 2\ln 2.$ 172. $\frac{1}{4}\ln 2 + \frac{\pi}{8}.$ 173. $\frac{231}{10}.$ 174. $\frac{\pi}{8}.$ 175. $0.$ 176. $\frac{\pi}{6}.$
177. $\ln\frac{13}{5} - \operatorname{arctg} 5 + \operatorname{arctg} 3.$ 178. $7 + 2\ln 2.$ 179. $\frac{4}{15}.$ 180. $\frac{\pi^2}{8} - \frac{1}{2}\ln 2.$ 181. $-\frac{2}{3} - \frac{3\pi}{4}.$
182. $\frac{1}{2}\operatorname{tg}^2 1.$ 183. $\frac{3\pi}{256}.$ 184. $\frac{\pi}{16}.$ 185. $\sqrt{2} - \frac{2}{\sqrt{3}} + \ln\frac{2+\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}}.$ 186. $\frac{2}{\sqrt{5}}\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{5}}.$
187. Расходится. 199. $\frac{1}{2}.$ 189. $\frac{\pi}{2}.$ 190. $\frac{\pi}{\sqrt{5}}.$ 191. $\frac{\pi^2}{8}.$ 192. Расходится. 193. Расходится.
194. 1. 195. Расходится. 196. Расходится. 197. Расходится. 198. 6. 199. $\frac{\pi}{2}.$
200. Расходится. 201. $-\frac{1}{4}.$ 202. Расходится. 203. 1. 204. 2. 205. Расходится.
206. Расходится. 207. $20\frac{5}{6}.$ 208. 9. 209. 8. 210. $\frac{16}{3}.$ 211. $\frac{32}{3}\sqrt{6}.$ 212. $\frac{8}{15}.$ 213. $3 - e.$
214. $\pi.$ 215. $3\pi a^2.$ 216. $\frac{3\pi a^2}{8}.$ 217. $6\pi a^2.$ 218. а) $\frac{72}{5}\sqrt{3};$ б) $\frac{8}{15}.$ 219. $\frac{4\pi^3 a^2}{3}.$ 220. $\frac{\pi a^2}{4}.$
221. $\frac{\pi a^2}{4}.$ 222. $18\pi a^2.$ 223. $5\sqrt{3} - \frac{5\pi}{3}.$ 224. $1 + \frac{1}{2}\ln\frac{3}{2}.$ 225. $\ln 3 - \frac{1}{2}.$ 226. $4\frac{26}{27}.$
227. $5a\left(1 + \frac{1}{2\sqrt{3}}\ln(2 + \sqrt{3})\right).$ 228. $\frac{\pi^2 R}{2}.$ 229. $4\sqrt{3}.$ 230. $\ln\frac{3}{2} + \frac{5}{12}.$ 231. $8a.$ 232. $\frac{\pi}{4}(e^2 - 1).$
233. $\pi\left(\frac{\pi^2}{4} - 2\right).$ 234. $\pi\sqrt{2}.$ 235. $8\pi.$ 236. $\left(1; \frac{2}{5}\right).$ 237. $\left(1; \frac{\pi}{8}\right).$ 238. $2, \frac{\pi}{2}.$ 239. $\frac{1628}{105}.$
240. 1) $\frac{\pi}{2} + \frac{4}{5};$ 2) $\frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{8};$ 3) $\frac{3}{20}.$

Повторение

- 241.** $-\frac{2}{3\sqrt{x^3}} - \frac{3}{4\sqrt[3]{x^4}} + C.$ **242.** $\sin x + 5\operatorname{tg} x + C.$ **243.** $\frac{1}{4}\operatorname{arctg} \frac{x}{2} + C.$
244. $\frac{1}{2}\ln \left| x + \sqrt{x^2 - \frac{1}{4}} \right| + C.$ **245.** $\frac{1}{\sqrt{3}}\ln \left| x + \sqrt{x^2 + \frac{5}{3}} \right| + C.$ **246.** $\frac{1}{2}\arcsin \frac{2x}{3} + C.$
247. $x - \ln|2x+3| + C.$ **248.** $-\frac{3}{5}\cos \frac{5x}{3} + C.$ **249.** $\frac{1}{26}(1+x^2)^{13} + C.$ **250.** $\frac{1}{2}\operatorname{arctg} x^2 + C.$
251. $\frac{1}{6}e^{3x^2} + C.$ **252.** $\frac{1}{3}\ln \left| x^3 + \sqrt{x^6 + 7} \right| + C.$ **253.** $\frac{1}{8\sqrt{3}}\ln \left| \frac{x^4 - \sqrt{3}}{x^4 + \sqrt{3}} \right| + C.$ **254.** $-\frac{1}{5}\cos^5 x + C.$
255. $-\frac{1}{3}\operatorname{arctg} \frac{\cos x}{3} + C.$ **256.** $\ln \left| \sin x + \sqrt{\sin^2 x - 7} \right| + C.$ **257.** $\frac{1}{4}\ln \left| \frac{\ln x - 2}{\ln x + 2} \right| + C.$
258. $\sqrt{x^2 + 8x + 7} - 6\ln \left| x + 4 + \sqrt{x^2 + 8x + 7} \right| + C.$ **259.** $(2x - 1)e^x + C.$
260. $\frac{3}{4}\ln|x+2| + \frac{17}{4}\ln|x-2| - 2\ln|x-1| + C.$ **261.** $-\cos x + \frac{\cos^3 x}{3} + C.$
262. $\frac{3}{8}x - \frac{1}{20}\sin 10x + \frac{1}{160}\sin 20x + C.$ **263.** $\frac{\cos^8 x}{8} - \frac{\cos^6 x}{6} + C.$
264. $\frac{2}{7}\sqrt{(x-1)^7} + \frac{6}{5}\sqrt{(x-1)^5} + 2\sqrt{(x-1)^3} + 2\sqrt{x-1} + C.$ **265.** $\frac{\pi}{8}.$ **266.** $\frac{3}{2}.$ **267.** $7 + 2\ln 2.$

Кратные интегралы

- 268.** $\frac{2}{3}.$ **269.** $-1.$ **270.** $\frac{1}{2}.$ **271.** $\int_3^5 dx \int_{\frac{3x+1}{2}}^{\frac{3x+4}{2}} f(x, y) dy.$
272. $\int_0^2 dx \int_0^{2-x} f(x, y) dy = \int_0^2 dy \int_0^{2-y} f(x, y) dx.$ **273.** $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy = \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx.$
274. $\int_0^1 dx \int_{x-1}^{1-x} f(x, y) dy.$ **275.** $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dx \int_{x^2}^{4-x^2} f(x, y) dy.$ **276.** $\int_{-2}^2 dx \int_{-\frac{3}{2}\sqrt{4-x^2}}^{\frac{3}{2}\sqrt{4-x^2}} f(x, y) dy.$
277. $\int_0^4 dx \int_{3-\sqrt{4x-x^2}}^{3+\sqrt{4x-x^2}} f(x, y) dy = \int_3^5 dy \int_{2-\sqrt{6y-5-y^2}}^{2+\sqrt{6y-5-y^2}} f(x, y) dx.$ **278.** $\int_0^1 dx \int_{x^2}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy.$
279. $\int_0^2 dx \int_x^{2x} f(x, y) dy + \int_2^3 dx \int_x^{6-x} f(x, y) dy.$ **280.** $\int_{-\frac{2}{3}}^{\frac{1}{3}} dx \int_{1-2x}^{x+3} f(x, y) dy + \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}} dx \int_x^{x+3} f(x, y) dy +$

$$\begin{aligned}
& + \int_{\frac{2}{3}}^{\frac{5}{3}} dx \int_x^{5-2x} f(x, y) dy. & \mathbf{281.} & \int_0^1 dx \int_{\frac{x}{2}}^{2x} f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_{\frac{x}{2}}^x f(x, y) dy. \\
\mathbf{282.} & \int_0^2 dx \int_{-2\sqrt{2x}}^{2x} f(x, y) dy + \int_2^{\frac{9}{2}} dx \int_{-2\sqrt{2x}}^{2\sqrt{2x}} f(x, y) dy + \int_{\frac{9}{2}}^8 dx \int_{-2\sqrt{2x}}^{24-4x} f(x, y) dy. & \mathbf{283.} & 1. & \mathbf{284.} & (e-1)^2. \\
\mathbf{285.} & \frac{\pi}{12}. & \mathbf{286.} & \ln \frac{4}{3}. & \mathbf{287.} & \ln \frac{2+\sqrt{2}}{1+\sqrt{3}}. & \mathbf{288.} & \pi-2. & \mathbf{289.} & 2. & \mathbf{290.} & -\frac{\pi}{16}. & \mathbf{291.} & 0. & \mathbf{292.} & \frac{33}{140}. & \mathbf{293.} & \frac{9}{4}. \\
\mathbf{294.} & -2. & \mathbf{295.} & \frac{\pi}{6}. & \mathbf{296.} & \frac{4}{135}. & \mathbf{297.} & \int_0^1 dx \int_{x^2}^x f(x, y) dy. & \mathbf{298.} & \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx. \\
\mathbf{299.} & \int_0^1 dy \int_{1-\sqrt{1-y^2}}^y f(x, y) dx. & \mathbf{300.} & \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dy \int_{-\sqrt{4-2y^2}}^{\sqrt{4-2y^2}} f(x, y) dx. \\
\mathbf{301.} & \int_1^2 dy \int_1^y f(x, y) dx + \int_2^4 dy \int_{\frac{y}{2}}^2 f(x, y) dx. & \mathbf{302.} & \int_0^4 dy \int_0^{\frac{y}{2}} f(x, y) dx + \int_4^6 dy \int_0^{6-y} f(x, y) dx. \\
\mathbf{303.} & \int_0^1 dy \int_y^{2-y} f(x, y) dx. & \mathbf{304.} & \int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{3-2y} f(x, y) dx. & \mathbf{305.} & \int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{2-\sqrt{2y-y^2}} f(x, y) dx. \\
\mathbf{306.} & \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) r dr. & \mathbf{307.} & \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{4 \cos \varphi} f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) r dr. \\
\mathbf{308.} & \int_0^{\pi} d\varphi \int_0^{2 \sin \varphi} f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) r dr. & \mathbf{309.} & \int_{\frac{\pi}{4}}^{\arctg 2} d\varphi \int_{4 \cos \varphi}^{8 \cos \varphi} f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) r dr. \\
\mathbf{310.} & \int_0^{\frac{\pi}{4}} d\varphi \int_0^{\frac{1}{\cos \varphi}} f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) r dr. & \mathbf{311.} & \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^R f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) r dr. \\
\mathbf{312.} & \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_{\frac{R}{2 \sin \varphi}}^{2R \sin \varphi} f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) r dr. & \mathbf{313.} & \frac{\pi}{4} \left((1+R^2) \ln(1+R^2) - R^2 \right). & \mathbf{314.} & \frac{\pi(\pi-2)}{8}. \\
\mathbf{315.} & \pi R^2. & \mathbf{316.} & \frac{R^3}{3} \left(\pi - \frac{4}{3} \right). & \mathbf{317.} & \frac{\pi^2}{6}. & \mathbf{318.} & 6. & \mathbf{319.} & 18. & \mathbf{320.} & \frac{1}{48}. & \mathbf{321.} & \frac{1}{110}. & \mathbf{322.} & \frac{1}{2} \left(\ln 2 - \frac{5}{8} \right).
\end{aligned}$$

$$323. \frac{1}{180}.$$

$$324. \frac{\pi^2}{16} - \frac{1}{2}.$$

$$325. \int_0^1 dz \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} d\varphi \int_0^2 f(r \cos \varphi, r \sin \varphi, z) r dr.$$

$$326. \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{2 \cos \varphi} r dr \int_0^3 f(r \cos \varphi, r \sin \varphi, z) dz.$$

$$327. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \theta d\theta \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^3 f(r \cos \varphi \sin \theta, r \sin \varphi \sin \theta, r \cos \theta) r^2 dr. \quad 328. \frac{\pi a}{2}. \quad 329. \frac{8}{9} a^2. \quad 330. \frac{\pi}{8}.$$

$$331. \frac{4}{15} \pi R^5. \quad 332. \frac{124}{15} \pi. \quad 333. \frac{2\pi}{3}. \quad 334. \frac{1}{2}. \quad 335. 2. \quad 336. \pi ab. \quad 337. \frac{16}{3}. \quad 338. \frac{5}{8} \pi a^2.$$

$$339. \frac{3}{4} \pi. \quad 340. 186 \frac{2}{3}. \quad 341. 12. \quad 342. \frac{1}{6}. \quad 343. \frac{48}{5} \sqrt{6}. \quad 344. 40\pi. \quad 345. 2\pi. \quad 346. \frac{3}{2} \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right).$$

$$347. 8. \quad 348. \frac{7}{12}. \quad 349. \frac{3}{35}. \quad 350. 4(4 - 3 \ln 3). \quad 351. \frac{1}{3} \pi a^3. \quad 352. \frac{a^3}{360}. \quad 353. \frac{ab^2}{2}. \quad 354. \frac{2}{3} R^3.$$

355. Центр тяжести лежит на малой оси на расстоянии $\frac{4b}{3\pi}$ от большой оси (b – малая

полуось). $356. \left(\left(1 - \frac{\pi}{4} \right) (\sqrt{2} + 1); \frac{1}{8} \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) (2 + \sqrt{2}) \right).$ $357. \frac{5}{4} \pi R^4.$ $358. \frac{2}{3} a^4.$

$$359. \frac{\pi ab}{4} (a^2 + b^2). \quad 360. \frac{ab}{12} (a^2 + b^2). \quad 361. \frac{a^2 bc}{2}, \quad \frac{ab^2 c}{2}, \quad \frac{abc^2}{2}. \quad 362. \frac{\pi abc^2}{4}.$$

$$363. \left(\frac{14}{15}; \frac{26}{15}; \frac{8}{3} \right). \quad 364. \left(\frac{6}{5}; \frac{12}{5}; \frac{8}{5} \right). \quad 365. \frac{1}{3} M (b^2 + c^2), \quad \frac{1}{3} M (c^2 + a^2), \quad \frac{1}{3} M (a^2 + b^2) \text{ и}$$

$$\frac{1}{12} M (a^2 + b^2 + c^2). \quad 366. \frac{1}{5} M (b^2 + c^2), \quad \frac{1}{5} M (c^2 + a^2), \quad \frac{1}{5} M (a^2 + b^2). \quad 367. \frac{4a^2}{3}.$$

$$368. 2\pi r(R - r). \quad 369. \frac{\pi R^2 H}{6} (3R^2 + 2H^2). \quad 370. \frac{2}{3} \pi \gamma R^6.$$

Криволинейные интегралы

$$371. \sqrt{5} \ln 2. \quad 372. 24. \quad 373. \frac{p^2}{3} (5\sqrt{5} - 1). \quad 374. 2\pi a^{2n+1}. \quad 375. \frac{ab(a^2 + ab + b^2)}{3(a+b)}. \quad 376. 4\pi a \sqrt{a}.$$

$$377. \frac{8a\pi^3 \sqrt{2}}{3}. \quad 378. \frac{R^4 \sqrt{3}}{32}. \quad 379. \frac{2\sqrt{2}}{3} \left((1 + 2\pi^2)^{\frac{3}{2}} - 1 \right). \quad 380. R^2 \sqrt{2}.$$

$$381. \frac{1}{3} \left((x_2^2 + 1)^{\frac{3}{2}} - (x_1^2 + 1)^{\frac{3}{2}} \right). \quad 382. \left(2\pi a^2 + \frac{8\pi^3 b^2}{3} \right) \sqrt{a^2 + b^2}. \quad 383. \left(0; \frac{2a}{\pi}; \frac{b\pi}{2} \right).$$

$$384. \frac{8k\sqrt{2}}{15} \left((3\pi^2 - 1)(2\pi^2 + 1)^{\frac{3}{2}} + 1 \right). \quad 385. 3. \quad 146. \frac{ab}{2}. \quad 387. -\frac{56}{15}. \quad 388. 37\frac{1}{3}. \quad 389. 4\pi.$$

$$390. 1) \frac{1}{3}; 2) \frac{1}{12}; 3) \frac{17}{30}; 4) -\frac{1}{20}. \quad 391. 1.$$

$$392. 0. \quad 393. -2\pi ab. \quad 394. -\frac{4}{3}a. \quad 395. 13. \quad 396. 0. \quad 397. 3\sqrt{3}. \quad 398. \frac{\pi R^4}{2}. \quad 399. \text{a) } 0; \text{б) } -\frac{\pi a^3}{8}.$$

$$400. 8. \quad 161. 4. \quad 402. \ln \frac{13}{5}. \quad 403. \frac{10}{3}. \quad 404. 0. \quad 405. u = \frac{x^3 + y^3}{3} + C. \quad 406. u = (x^2 - y^2)^2 + C.$$

$$407. u = \ln|x+y| - \frac{y}{x+y} + C. \quad 408. u = x^2 \cos y + y^2 \cos x + C. \quad 409. u = \ln|x+y+z| + C.$$

$$410. u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + C. \quad 411. \pi ab. \quad 412. \frac{3}{8}\pi a^2. \quad 413. 6\pi a^2. \quad 414. 1) \frac{4}{3}; 2) \frac{17}{12}; 3) \frac{3}{2} \text{ и } 1.$$

$$415. 0.$$

Дифференциальные уравнения

$$416. \text{Является.} \quad 417. \text{Является.} \quad 418. \text{Не является.} \quad 419. \text{Является.} \quad 420. a = \pm 1. \quad 421. a = \frac{1}{2}.$$

$$422. 3\sqrt{y} = \sqrt{x^3} + C. \quad 423. 2y^2 + x^2 = C. \quad 424. y = e^{\frac{C}{x}}. \quad 425. \sqrt{(y^2 + 2)^3} = C(x^2 + 1).$$

$$426. \sqrt{1+y^2} + \sqrt{1+x^2} = C. \quad 427. y^2 = 2\ln(3+e^x) + C. \quad 428. y = \frac{C}{\sqrt{e^{2x}+5}}.$$

$$429. \sqrt{4+y^2} = \operatorname{arctg} x + C. \quad 430. y^2 = 2\ln(e^x+3) + C. \quad 431. 1 + \ln y = \frac{C}{x}. \quad 432. 10^x + 10^{-y} = C.$$

$$433. x^2 + y^2 = 13. \quad 434. 2\ln\left|\frac{2}{3}(y+1)\right| = x^2 - 1. \quad 435. y = \frac{1+x}{1-x}. \quad 436. 2\cos x = \sqrt{2}\cos y.$$

$$437. y = \left(\ln|x| - \frac{1}{2x^2} + C \right) x^3. \quad 438. y = \frac{\sin x - x \cos x + C}{x}. \quad 439. y = (x+1)^2 \left(\frac{x^2}{2} + x + C \right).$$

$$440. y = \sin x + C \cos x. \quad 441. y = e^x(x+1). \quad 442. y = \frac{2x-1}{x^3}. \quad 443. y = 2 - x^2.$$

$$444. y = \left(\frac{2}{\pi} - \cos x \right) x. \quad 445. y = Cx^2 - x. \quad 446. x + y = Cx(2x + y). \quad 447. Cx(3x + y) = x + y$$

$$448. \ln C\sqrt{x^2 + y^2} = 2\operatorname{arctg} \frac{y}{x}. \quad 449. \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \ln C\sqrt{x^2 + y^2}. \quad 450. y + \sqrt{x^2 + y^2} = Cx^2.$$

$$451. e^{-\frac{y}{x}} = \ln|Cx|. \quad 452. \sqrt{x^2 + y^2} = e^{\frac{y}{x} \operatorname{arctg} \frac{y}{x}}. \quad 453. (x-2)^2 - y^2 = 4.$$

$$454. \operatorname{arctg} y = 2\sqrt{2-x^2} + C. \quad 455. Cx^5 = y + \sqrt{2x^2 + y^2}. \quad 456. y = Cx + \ln x + 1.$$

$$457. (x+y-1)^3 = C(x-y+3). \quad 458. x-2y + \ln|x+y| = C. \quad 459. \frac{1}{y^2} = Ce^{2x^2} + x^2 + \frac{1}{2}.$$

460. $y(1 + \ln x + Cx) = 1$. 461. $y = \left(\frac{C + \ln |\cos x|}{x} + \operatorname{tg} x \right)^2$. 462. $x^4 - x^2 y^2 + y^4 = C$.
463. $xe^y - y^2 = C$. 464. $x^y = C$. 465. $6y = x^3 \ln |x| + C_1 x^3 + C_2 x^2 + C_3 x + C_4$.
466. $y = -\cos x + C_1 x^{19} + C_2 x^{18} + \dots + C_{20}$. 467. $C_1 x + C_1^2 y = \ln |C_1 x + 1| + C_2$.
468. $9C_1^2 (y - C_2)^2 = 4(C_1 x + 1)^3$. 469. $y = \frac{x^3}{12} + \frac{x^2}{2} + C_1 x \ln |x| + C_2 x + C_3$.
470. $y = \pm \sqrt{C_1 x + C_2}$. 471. $y = -\ln |\cos x| - x + \frac{\pi}{4}$. 472. $y = 3x + x^3$. 473. $y = \frac{x^2}{2}$.
474. $2y^2 - 1 = 2x$. 475. $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-2x}$. 476. $y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{2x}$. 477. $y = C_1 + C_2 e^{-2x}$.
478. $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x}$. 479. $y = e^{-x} (C_1 \sin 2x + C_2 \cos 2x)$.
480. $y = e^{2x} (C_1 \sin 2x + C_2 \cos 2x)$. 481. $y = C_1 \sin 2x + C_2 \cos 2x$. 482. $y = C_1 e^{-3x} + C_2 x e^{-3x}$.
483. $y = C_1 e^x + C_2 e^{-7x}$. 484. $y = e^{2x} (C_1 \sin x + C_2 \cos x)$. 485. $y = C_1 \sin x + C_2 \cos x$.
486. $y = e^x - 3x e^x$. 487. $y_u = Ax^2 + Bx + C$. 488. $y_u = e^{-x} (Ax^2 + Bx + C)x$.
489. $y_u = A \sin x + B \cos x$. 490. $y_u = e^{2x} (Ax + B)x^2$. 491. $y_u = Ax + B$. 492. $y_u = A e^{-2x}$.
493. $y_u = Ax^2 + Bx$. 494. $y_u = (A \sin x + B \cos x)x$.
495. $y_u = e^{-x} ((A_1 x + B_1) \cos x + (A_2 x + B_2) \sin x)$. 496. $y_u = A e^{2x} + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E$.
497. $y_u = ((A_1 x + B_1) \cos x + (A_2 x + B_2) \sin x)x + C e^{-x}$.
498. $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-2x} - \frac{1}{2} x^2 + \frac{3}{2} x - \frac{1}{8}$. 499. $y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} - 6x^2 - 3x - 12$.
500. $y = C_1 + C_2 e^x - \frac{5}{3} x^3 - 15x^2 - 50x$. 501. $y = C_1 e^x + C_2 e^{-6x} + e^{-x} (1, 2x - 1, 24)$.
502. $y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} - \frac{21}{74} \sin x - \frac{15}{74} \cos x$. 503. $y = C_1 + C_2 e^{-x} + \frac{1}{3} x^3 - \frac{1}{2} x^2 + x$.
504. $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{\frac{x}{2}} + \frac{1}{9} (x - 2) e^{2x}$. 505. $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x} - 3x e^x$.
506. $y = C_1 e^x + C_2 e^{4x} + \frac{11}{17} \sin x + \frac{7}{17} \cos x$. 507. $y = e^x (x + C_1) - (e^x + 1) \ln (e^x + 1) + C_2$.
508. $y = 2 + C_1 \cos x + C_2 \sin x + \cos x \ln |\operatorname{tg} x|$. 509. $y = -9e^{-x} - 6x e^{-x} + 10$.
510. $y = e^x \left(-\frac{12}{13} \sin 3x + \frac{8}{13} \cos 3x \right) + \frac{5}{13} e^{3x}$. 511. $y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x + C_3$.
512. $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x} + C_3 e^{3x} + C_4 e^{-3x}$. 513. $y = C_1 e^x + C_2 x e^x + C_3 x^2 e^x$.
514. $y = C_1 + C_2 x + C_2 e^{-x} + C_3 x e^{-x}$. 515. $y = (C_1 + C_2 x) e^x + C_3 e^{2x} - x - 4$.
516. $y = (C_1 + C_2 x) \cos 2x + (C_3 + C_4 x) \sin 2x + \frac{1}{9} \cos x$.

$$517. \begin{cases} x = e^{-6t} (C_1 \cos t + C_2 \sin t), \\ y = e^{-6t} ((C_2 + C_1) \cos t + (C_2 - C_1) \sin t). \end{cases}$$

$$519. \begin{cases} x = e^t (C_1 \cos 3t + C_2 \sin 3t), \\ y = e^t (C_1 \sin 3t - C_2 \cos 3t). \end{cases}$$

$$521. \begin{cases} x = C_1 e^{-4t} + C_2 e^{-7t} + \frac{7}{40} e^t + \frac{1}{5} e^{-2t}, \\ y = \frac{1}{2} C_1 e^{-4t} - C_2 e^{-7t} + \frac{1}{40} e^t + \frac{3}{10} e^{-2t}. \end{cases}$$

$$518. \begin{cases} x = C_1 e^t + C_2 e^{5t}, \\ y = -C_1 e^t + 3C_2 e^{5t}. \end{cases}$$

$$520. \begin{cases} x = C_1 e^t + C_2 e^{-t} + t \operatorname{sh} t, \\ y = C_1 e^t - C_2 e^{-t} + \operatorname{sh} t + t \operatorname{ch} t. \end{cases}$$