

ЗАДАЧНИК ПО ТЕМЕ «РЯДЫ»¹

Вычислите пределы числовых последовательностей.

- | | |
|--|--|
| <p>1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^3 - 2n - 1}{n^4 + 4n^2 - 5}$.</p> | <p>11. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 - n + 7}{2n^2 - n - 1} \right)^{1-2n}$.</p> |
| <p>2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 + 2n + 10}{n^5 - n^2 - 5}$.</p> | <p>12. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + n - 7}{n^2 - 3n - 1} \right)^{4n+1}$.</p> |
| <p>3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^4 - 2n - 1}{2n^4 + 4n^2 - 5}$.</p> | <p>13*. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n + 2}{3n - 7} \right)^{n-5}$.</p> |
| <p>4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 7n + 6}{n^2 + 4n + 7}$.</p> | <p>14*. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n^2 + 7}{2n^2 - 3n} \right)^{1-n}$.</p> |
| <p>5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^5 - 2n - 1}{n^4 + 4n^2 - 5}$.</p> | <p>15*. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n - 7}{8n - 1} \right)^{3-2n}$.</p> |
| <p>6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 - n + 7}{n^2 + n - 3}$.</p> | <p>16. $\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{n}$.</p> |
| <p>7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{10+n} - \sqrt{1+n} \right)$.</p> | <p>17. $\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \sin \frac{\pi}{2n}$.</p> |
| <p>8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n+3} - \sqrt{n+1} \right)$.</p> | <p>18. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+2} \cdot \cos(n+n^2)$.</p> |
| <p>9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n+2}{4n-1} \right)^{\frac{n+1}{3}}$.</p> | |
| <p>10. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n-2}{3n+5} \right)^{4n+1}$.</p> | |

Используя определение, исследуйте ряды на сходимость. Для сходящихся рядов найдите суммы.

- | | |
|---|--|
| <p>19**. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$.</p> | <p>23. $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n$.</p> |
| <p>20**. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$.</p> | <p>24*. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 2^n}{6^n}$.</p> |
| <p>21**. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$.</p> | <p>25*. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 3^n - 5^n}{15^n}$.</p> |
| <p>22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n}$.</p> | |

¹ Знаками «*» и «**» отмечены задачи, имеющие средний и повышенный уровни сложности, соответственно.

Исследуйте ряды на сходимость.

$$26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{1000n+1}.$$

$$27. \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n+1}{n}}.$$

$$28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+2}{3n^2+2n+1}.$$

$$29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n+5)^2}.$$

$$30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4+2}{5n^2-2n+4}.$$

$$31. \sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{2}{3n}.$$

$$32^*. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+(-1)^n}{n^3}.$$

$$33^*. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+(-1)^n}{n}.$$

$$34^*. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}(n+3)}{\sqrt{n^5+2n-1}}.$$

$$35^*. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n\sqrt{n}}.$$

$$36^*. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5+\sin n^2}{\sqrt[3]{n}}.$$

$$37^*. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{\cos \sqrt{n}}}{\sqrt{n^2+1}}.$$

$$38^*. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{\cos n}}{3n-1}.$$

$$39^*. \sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{\pi}{2^n}.$$

$$40. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10n-5}{n^3-3n+4}.$$

$$41. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)^3}.$$

$$42. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{(n+10)(n+20)}.$$

$$43^{**}. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}^5 \frac{\pi}{n+2}.$$

$$44^*. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+3}{n^2+3} \right)^3.$$

$$45^*. \sum_{n=1}^{\infty} 5 \sqrt{\frac{(n+100)^3}{(n+1)^2(n+3)^{11}}}.$$

$$46. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt{n^2+1}}.$$

$$47^*. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 \frac{\pi n}{3}}{3^n+2}.$$

$$48. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2}.$$

$$49. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{n(n+1)}{3^n}.$$

$$50. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^3+5)2^n}{(n+1)!}.$$

$$51. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5^n(n+1)}.$$

$$52. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n+1}}{(4n+3)}.$$

$$53^{**}. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n}}{(2n+1)!}.$$

$$54^{**}. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(2n)!}.$$

$$55. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n+1)5^n}.$$

$$56^{**}. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^n}.$$

$$57. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n+4}{3n^2} \right)^n.$$

$$58^*. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{2n+1} \right)^{n(n+1)}.$$

$$59^*. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+5}{2n+7} \right)^{-3n^2}.$$

$$60^*. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n^2}.$$

$$61. \sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{2n+5}{n+1} \right)^{2n}.$$

$$62^*. \sum_{n=1}^{\infty} \arcsin^n \frac{\pi}{4n+25}.$$

$$63. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n^2-4}{3n^2+4} \right)^n.$$

$$64^*. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n^3+1}{2n^3+5} \right)^{n^2}.$$

$$65^*. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{4n-1} \right)^{n^2}.$$

$$66^*. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^{n^2}}.$$

Исследуйте ряды на абсолютную и условную сходимость.

$$67. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(3n+1)}{n^5+3n-2}.$$

$$68. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n^3+5}}.$$

$$69. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{6n-4}}.$$

$$70. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n^2}{(n+5)^2}.$$

$$71. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n(n+1)}{3^n}.$$

$$72. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+5)^{\frac{1}{3}}}.$$

$$73. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2}{3n^2+3}.$$

$$74. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (2n-1)}{(n+5)^2}.$$

$$75^*. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n}{(n+2)!}.$$

$$76. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n^2+1}{3^n}.$$

$$77^*. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-5)^n}{4^{n+1}}.$$

$$78^*. \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{2} \right)^n \frac{n}{n+1}.$$

Вычислите сумму ряда с точностью α .

$$79. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{3n^2}, \alpha = 0,01.$$

$$80. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n!}, \alpha = 0,01.$$

$$81. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n)^3}, \alpha = 0,001.$$

$$82. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n!(2n+1)}, \alpha = 0,001.$$

Найдите область сходимости ряда.

$$83. \sum_{n=0}^{\infty} x^n.$$

$$84^*. \sum_{n=1}^{\infty} \ln^n x.$$

$$85^*. \sum_{n=1}^{\infty} x^{n^2}.$$

$$86^*. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+x^n}.$$

$$87^*. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{x}{2^n}.$$

$$88^*. \sum_{n=1}^{\infty} x^n \operatorname{tg} \frac{x}{2^n}.$$

$$89. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^2}.$$

$$90. \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)x^n.$$

Найдите радиус сходимости, интервал сходимости и область сходимости степенного ряда.

$$91. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(7x)^n}{n!}.$$

$$92. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{(2n-1)!}.$$

$$93. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}.$$

$$94. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(n+1)(n+5)}.$$

$$95. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n}.$$

$$96. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{2^n}.$$

$$97. \sum_{n=0}^{\infty} (x-2)^n.$$

$$98. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{5^n (x-3)^n}{2^n}.$$

$$99^*. \sum_{n=0}^{\infty} 3^n (x-1)^n.$$

$$100. \sum_{n=0}^{\infty} n! (x-1)^n.$$

$$101. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^n}.$$

$$102^*. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(2n-1)^{2n}}.$$

$$103. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+4)^n}{3n-2}.$$

$$104^*. \sum_{n=1}^{\infty} n(3x)^n.$$

Найдите первые пять членов ряда Тейлора для данной функции в окрестности точки $x_0 = 0$.

$$105. y = \ln(1+e^x).$$

$$106. y = e^{\cos x}.$$

107*. Разложите по степеням $x-1$ функцию $y = x^4 + x^2$.

108*. Разложите по степеням $x+1$ функцию $y = \frac{1}{x}$ и определите область сходимости получившегося ряда.

109*. Разложите по степеням $x-1$ функцию $y = \ln x$ и определите область сходимости получившегося ряда.

Разложите функции в ряд Маклорена, пользуясь известными разложениями элементарных функций.

110. $y = e^{-3x}$.

115*. $y = (x - \operatorname{tg} x) \cos x$.

111. $y = \sin 2x^3$.

116*. $y = \sqrt{1+x^2}$.

112.** $y = \cos^2 x$.

117*. $y = \frac{1}{\sqrt[3]{1+x^3}}$.

113.** $y = \frac{x^{10}}{1-x}$.

114.** $y = \ln(4-x)$.

Вычислите значение с точностью α , используя разложение функций в ряд Тейлора.

118*. e^2 , $\alpha = 0,001$.

120*. $\cos 1^\circ$, $\alpha = 0,001$.

119*. $\sqrt[3]{19}$, $\alpha = 0,001$.

121*. $\sqrt[10]{1027}$, $\alpha = 0,001$.

Вычислите пределы, используя разложение функций в ряд Тейлора.

122. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^3}$.

125. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{2} - x - 1}{\cos x + \frac{x^2}{2} - 1}$.

123. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-\frac{x^2}{2}} - \cos x}{x^3 \sin x}$.

125. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6 \ln(1+x^2) - 6x^2 + 3x^4}{45 \cos 2x - 30x^4 + 90x^2 - 45}$.

Вычислите приближенно интегралы, используя разложение подынтегральной функции в ряд с точностью α .

126*. $\int_0^1 x^2 \cos x dx$, $\alpha = 0,001$.

128*. $\int_0^{0,8} x^2 \operatorname{arctg} x dx$, $\alpha = 0,001$.

127*. $\int_0^{0,1} e^{-x^2} dx$, $\alpha = 0,0001$.

129*. Найдите несколько первых членов разложения в степенной ряд решения данного дифференциального уравнения при указанных начальных условиях.

1) $y' = xy^2 - y$, $y(0) = 1$;

2) $y'' = ye^x + 1$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 1$;

3) $y' = y + \frac{x^2}{y}$, $y(0) = 2$;

4) $y' = x + y^2$, $y(0) = 1$.

130. Пользуясь разложением функции в ряд Тейлора, найдите значение её указанной производной при $x = 0$:

1) седьмой производной от функции $y = \frac{x}{1+x^2}$;

2) пятой производной от функции $y = x^2\sqrt{1+x}$;

3) десятой производной от функции $y = x^6 e^x$.

Разложите функцию в ряд Фурье.

131*. $y = \begin{cases} -1, & -\pi < x < 0, \\ 3, & 0 < x < \pi. \end{cases}$

134.** $y = x^2, 0 < x < 2\pi$.

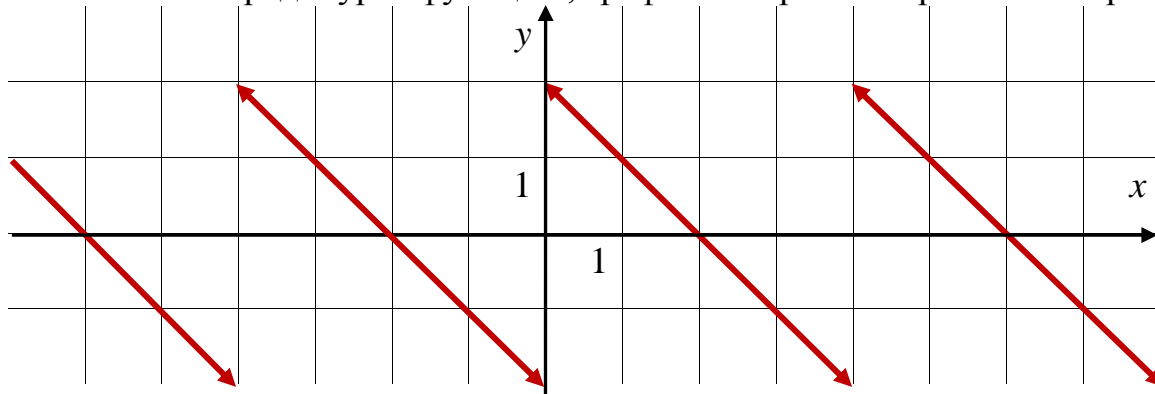
135*. $y = |x|, -1 < x < 1$.

132*. $y = \begin{cases} -1, & -\pi < x < 0, \\ 1, & 0 < x < \pi. \end{cases}$

136.** $y = \begin{cases} 1+x, & -2 < x < 0, \\ -1, & 0 < x < 2. \end{cases}$

133.** $y = x^2, -\pi < x < \pi$.

137*. Разложите в ряд Фурье функцию, график которой изображен на чертеже.



Разложите функцию в ряд по синусам.

138*. $y = \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}, 0 < x < \pi$.

139*. $y = x^2, 0 < x < \pi$.

Разложите функцию в ряд по косинусам.

140*. $y = \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}, 0 < x < \pi$.

141*. $y = 1 - 2x, 0 < x < 1$.

ОТВЕТЫ

1. 0. 2. 0. 3. $\frac{3}{2}$. 4. 3. 5. ∞ . 6. ∞ . 7. 0. 8. 0. 9. $e^{1/4}$. 10. $e^{-28/3}$. 11. 1. 12. e^{16} . 13. $+\infty$.
14. 0. 15. $+\infty$. 16. $\frac{2}{7}$. 17. 0. 18. 0. 19. $S=1$. 20. $S=\frac{1}{2}$. 21. $S=\frac{1}{3}$. 22. $S=\frac{1}{4}$.
23. Расходится. 24. $S=\frac{3}{2}$. 25. $S=2$. 26. Расходится. 27. Расходится.
28. Расходится. 29. Расходится. 30. Расходится. 31. Расходится. 32. Сходится.
33. Расходится. 34. Сходится. 35. Сходится. 36. Расходится. 37. Расходится.
38. Расходится. 39. Сходится. 40. Сходится. 41. Сходится. 42. Расходится.
43. Сходится. 44. Сходится. 45. Сходится. 46. Сходится. 47. Сходится.
48. Расходится. 49. Сходится. 50. Сходится. 51. Сходится. 52. Расходится.
53. Сходится. 54. Сходится. 55. Расходится. 56. Сходится. 57. Сходится.
58. Сходится. 59. Расходится. 60. Расходится. 61. Расходится. 62. Сходится.
63. Расходится. 64. Расходится. 65. Сходится. 66. Сходится. 67. Сходится абсолютно.
68. Сходится абсолютно. 69. Сходится условно. 70. Расходится.
71. Сходится абсолютно. 72. Сходится условно. 73. Расходится. 74. Сходится условно.
75. Сходится абсолютно. 76. Сходится абсолютно. 77. Расходится.
78. Сходится абсолютно. 79. 0,28. 80. 0,63. 81. 0,113. 82. -0,253. 83. $-1 < x < 1$.
84. $\frac{1}{e} < x < e$. 85. $-1 < x < 1$. 86. $x < -1$ и $x > 1$. 87. При любом x . 88. $-2 < x < 2$.
89. При любом x . 90. $-1 < x < 1$. 91. $(-\infty; \infty)$, $(-\infty; \infty)$, ∞ . 92. $(-\infty; \infty)$, $(-\infty; \infty)$, ∞ .
93. $[-1; 1]$, $(-1; 1)$, 1. 94. $[1; 3]$, $(1; 3)$, 1. 95. $[-2; 0)$, $(-2; 0)$, 1. 96. $(1; 5)$, $(1; 5)$, 2.
97. $(1; 3)$, $(1; 3)$, 1. 98. $\left(\frac{13}{5}; \frac{17}{5}\right)$, $\left(\frac{13}{5}; \frac{17}{5}\right)$, $\frac{2}{5}$. 99. $\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$, $\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$, $\frac{1}{3}$.
100. $\{1\}$, $\{1\}$, 0. 101. $(-\infty; \infty)$, $(-\infty; \infty)$, ∞ . 102. $[-2; 2]$, $(-2; 2)$, 2.
103. $[-5; -3)$, $(-5; -3)$, 1. 104. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$, $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$, $\frac{1}{3}$.
105. $\ln 2 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{8} - \frac{x^4}{192} + \dots$. 106. $e\left(1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{6} - \dots\right)$.
107. $2 + 6(x-1) + 14(x-1)^2 + 24(x-1)^3 + (x-1)^4$. 108. $-\sum_{n=1}^{\infty} (x+1)^n$, $-2 < x < 0$.
109. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} (x-1)^n$, $0 < x \leq 2$. 110. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 3^n}{n!} x^n$, $x \in \mathbb{R}$.
111. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^{2n+1}}{(2n+1)!} x^{6n+3}$, $x \in \mathbb{R}$. 112. $1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^{2n-1}}{(2n)!} x^{2n}$, $x \in \mathbb{R}$.

$$113. \sum_{n=10}^{\infty} x^n, |x| < 1.$$

$$114. \ln 4 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{4^{n+1}(n+1)}, -4 \leq x < 4.$$

$$115. -\frac{2x^3}{3!} + \frac{4x^5}{5!} - \dots + (-1)^n \frac{2nx^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots$$

$$116. 1 + \left(\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{x^4}{4} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n-3)x^{2n}}{2 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (2n-2) \cdot 2n} + \dots \right).$$

$$117. 1 - \left(\frac{x^3}{3} - \frac{1 \cdot 4}{3^2 \cdot 2!} x^6 + \dots + (-1)^{n+1} \frac{1 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (3n-2)x^{3n}}{3^n \cdot n!} + \dots \right).$$

$$118. 7,389.$$

$$119. 2,668. \quad 120. 2902. \quad 1,000. \quad 121. 2911. \quad 2,001. \quad 122. -\frac{1}{6}. \quad 123. \frac{1}{12}. \quad 124. 1. \quad 125. -\frac{1}{2}.$$

$$126. 0,239. \quad 128. 0,0667. \quad 128. 0,091. \quad 129. 1) y \approx 1 - x + x^2 - x^3; \\ 2) y \approx 2 + x + \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^3; \quad 3) y \approx 2 + 2x + x^2; \quad 4) y \approx 1 + x + \frac{3}{2}x^2 + \frac{4}{3}x^3. \quad 130. 1) -7!;$$

$$2) \frac{105}{16}; \quad 3) \frac{10!}{4!}. \quad 131. 2 + \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(2n+1)x}{2n+1}. \quad 132. \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(2n+1)x}{2n+1}.$$

$$133. \frac{\pi^2}{3} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos nx}{n^2}.$$

$$134. \frac{4\pi^2}{3} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^2} - 4\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n}.$$

$$135. \frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos(2n+1)\pi x}{(2n+1)^2}.$$

$$136. -\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2 \cos \frac{(2n-1)\pi x}{2}}{\pi(2n-1)^2} - \frac{\sin \frac{\pi nx}{2}}{n} \right).$$

$$137. \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{\pi nx}{2}. \quad 138. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 2nx}{2n}. \quad 139. \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{\pi^2}{n} + \frac{2}{n^3} \left((-1)^n - 1 \right) \right) \sin nx.$$

$$140. \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos(2n+1)x}{(2n+1)^2}. \quad 141. \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \pi(2n-1)x}{(2n-1)^2}.$$