**ТЕОРИЯ. Схема исследование функции и построение графиков**

Полное исследование функции *y=f(x)* и построение ее графика рекомендуется проводить по ***следующей схеме***:

1. Найти область определения функции – множество значений аргумента, при которых функция имеет смысл ***D(x) = {x: y=f(x)}***.
2. Исследовать функцию на четность , нечетность и периодичность.

$f(-x) = f(x) \Rightarrow$ ***функция четная:*** *график симметричен относительно оси 0y.*

$f(-x) = -f(x) \Rightarrow$ ***функция нечетная:*** *график симметричен относительно начала координат O(0;0).*

$$f(-x) \neq \begin{cases} f(x) \\ -f(x) \end{cases} \Rightarrow \textit{функция общего вида (нет симметрии).}$$

3. Установить характер точек разрыва функции (если они имеются) и исследовать поведение функции в бесконечности.
4. Найти асимптоты графика функции:

а). ***Вертикальные.***

*Вертикальные асимптоты проходят через точки бесконечного разрыва функции..* Если т. $x_0$ – точка бесконечного разрыва функции, т.е.

$$f(x_0-0)=\lim_{x\to x_0-0} f(x)=\infty \quad \textit{или} \quad f(x_0+0)=\lim_{x\to x_0+0} f(x)=\infty,$$

***то*** $x = x_0$ ***– уравнение вертикальной асимптоты.***

б). ***Наклонные.***

Уравнение этих асимптот находят в виде $y = kx + b$.

Для правой ветви графика функции

$$k=\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x} \quad \text{и} \quad b=\lim_{x\to+\infty}(f(x)-kx)$$

Для левой ветви графика функции

$$k=\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x} \quad \text{и} \quad b=\lim_{x\to-\infty}(f(x)-kx)$$

***Если k = 0, то y = b - уравнение горизонтальной асимптоты.***

5. Найти ***экстремумы*** функции (***max*** или ***min***) и интервалы монотонности функции (возрастания, убывания).

***Если на (a, b)***

$$\boxed{\begin{array}{l} f'(x)>0 \Rightarrow f(x) - \textit{возрастает}\uparrow \\ f'(x)<0 \Rightarrow f(x) - \textit{убывает}\downarrow \end{array}}$$

Если в окрестности критической точки 1 рода $x_0$ (эти точки ищут из условия $y' = 0$) первая производная функции меняет знак

**с “-” на “+”** $\Rightarrow$ в $x_0$ – ***min***, $f(x_0) = f_{min}$

**с “+” на “-”** $\Rightarrow$ в $x_0$ – ***max***, $f(x_0) = f_{max}$

6. Найти интервалы выпуклости и вогнутости функции и точки перегиба.

***Если на интервале (a, b)***

$$f''(x)>0 \Rightarrow f(x)\cup - \textit{вогнута (выпуклость вниз)}$$

$$f''(x)<0 \Rightarrow f(x)\cap - \textit{выпукла (выпуклость вверх)}$$

Если в окрестности критической точки 2 рода $x_0$ (эти точки ищут из условия :$y'' = 0$) вторая производная функции меняет знак, то эта точка – точка перегиба:

$$\left.\begin{array}{l} c \ \ \text{"+"} \ \ \textit{на} \ \ \text{"−"} \\ c \ \ \text{"−"} \ \ \textit{на} \ \ \text{"+"} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \cup+ \quad \cap- \\ \cap- \quad \cup+ \end{array}\right\} \Rightarrow x_0 - \textit{точки перегиба}$$

7. Найти точки пересечения с осями координат и, возможно, некоторые дополнительные точки, уточняющие график:

*с осью Oy:* $x = 0 \Rightarrow y = f(0)$,

*с осью Ox:* $y = 0 \Rightarrow f(x) = 0$ – *это уравнение решают только в случае, если оно простое.*

8. По результатам исследования по пунктам 1-7 построить график данной функции.